

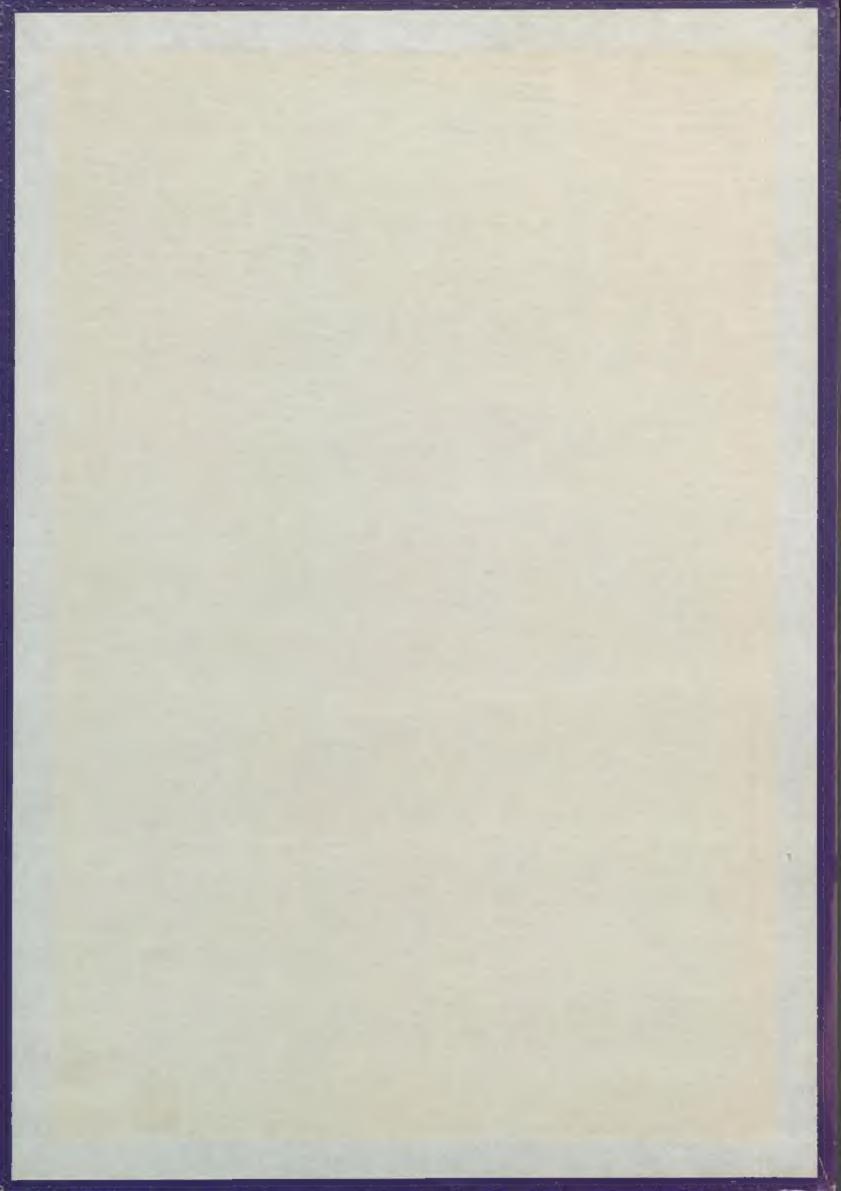


UNIVERSIDAD DE SEVILLA Facultad de Matemáticas Biblioteca

o. PED - 127382 i. 31210899

-Bib . -

C TAP/005



## EJECUTADO

MODELO CORPÓREO DEL POLIEDRO CÓNCAVO

DE CARAS MACIZOS, OBTENIDO AL CONS -

TRUIR SOBRE CADA CARA DE UN DODE -

CAEDRO REGULAR CONVEXO, UN PRISMA

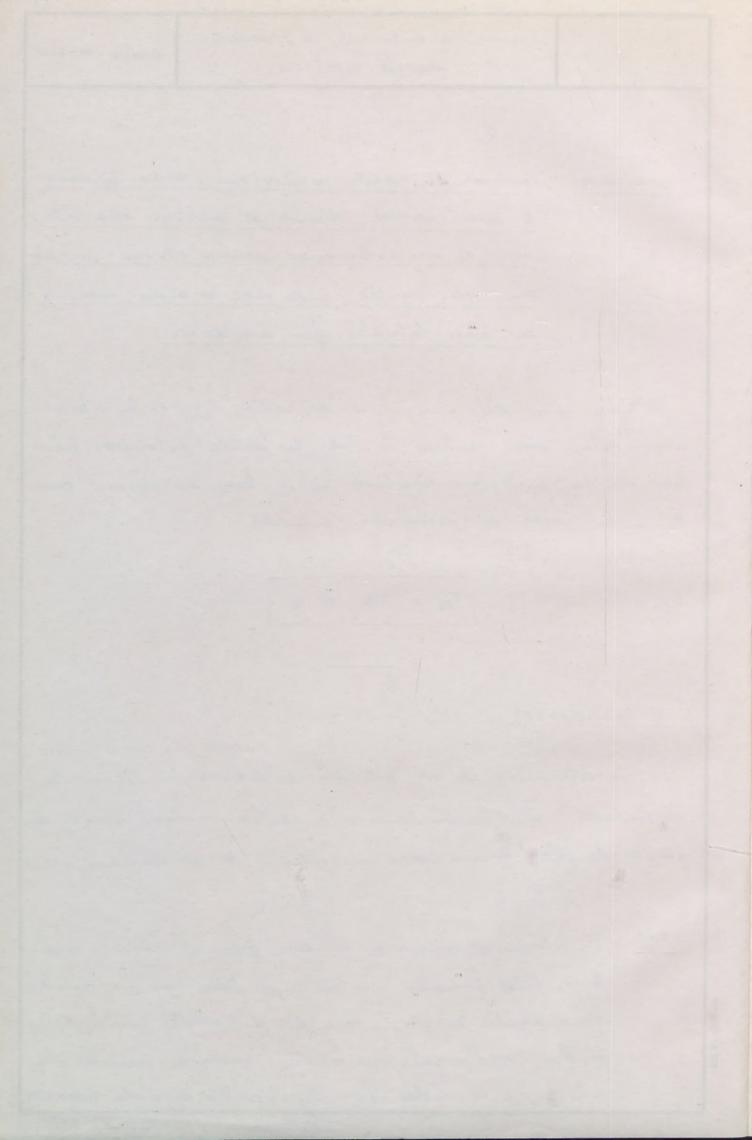
RECTO REGULAR, CUYA BASE ES DICHA

CARA, Y SUS CARAS LATERALES SON

CUADRA DOS.

Radio de la espera circumerita;

r' = 110 mm



estos prismas tienen las aristas de sus bases imperiores, co-

El cuimiero de aristes, rera: en las benes superiores = 12×5 = 60
en las bases infaisses = ½ × 12×5 = 30
en las caras laterales - 12×5 = 60

Total \_\_\_\_ 150

rentices

En remmen este poliedro liene;

 $C = C_5 + C_4 = 12 + 60 = 72$  caras  $V = 12 \times 5 \times 2 = 80$  wertices  $A = 12 \times 5 \times 2 = 150$  aristas

J' merifica el beorerna de Enler para la poliedros convescos

 $C + V = 72 + 80 \neq A + 2 = 150 + 2$   $C + V \neq A + 2$ 

193) La altora ho del prisma pentagonal, aecto, regular es ignal a la arista 0,2 del dodecardo generador, o arista del poliedo

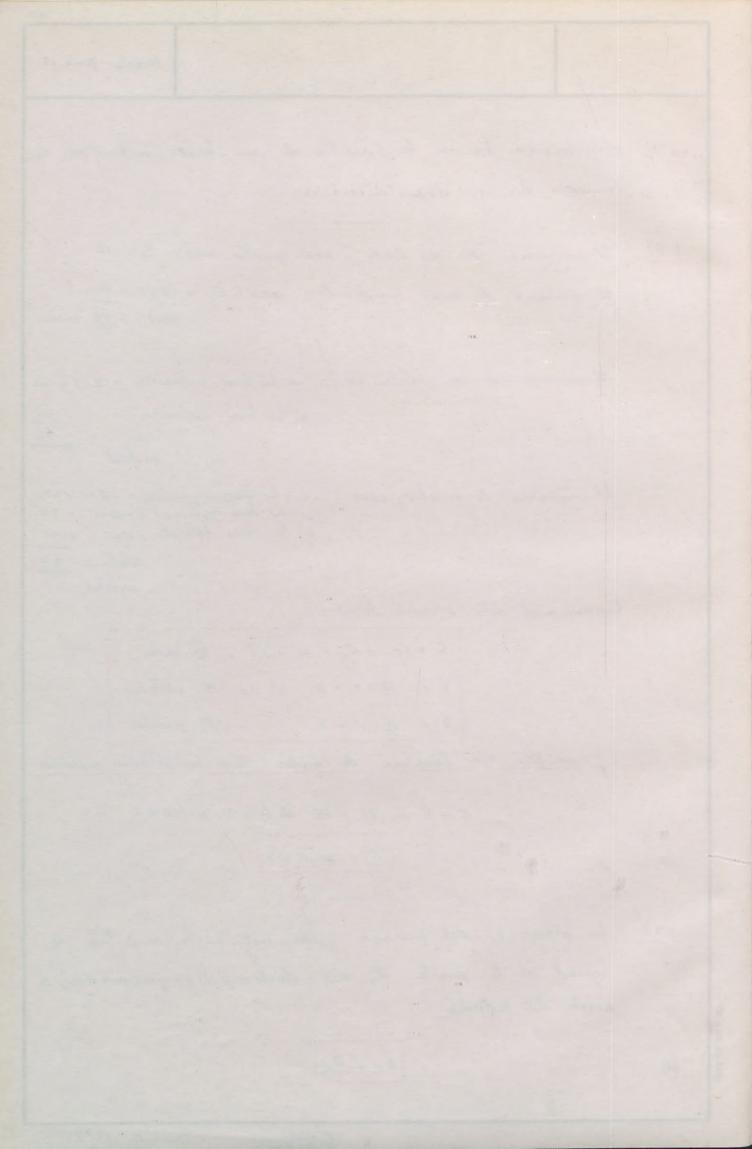
hs = 012

NE A4 210 × 297

(1)

Calvares

Junio 1979



el centro C de didro pentagono regular convecco, a contimacioni este con el centro O del dodecaedro generador, z
finalmente V con O se mos forancia un triangulo rectan quelo
en el que la hipotenno a VO será el radio "Tec" de la espca circurscrita al poliedro estudiado; el cateto VC será el
radio Tc-5 de la circuorferencia circurscrita a la cara rentgonal; z el otro cateto CO es la anna del radio Tir de
la esfera inserte al lodecaedro generador y la eltera 15 le prisma.

En rerurven tendremos:

 $\overline{VO} = \overline{Vo} = \overline{Vo$ 

g de agni:  $VO = \sqrt{VC^2 + \overline{CO}^2}$  donde rostitu-

yends valores, sirá:

$$\Gamma_{ec} = \sqrt{(\Gamma_{c-s})^2 + (\Gamma_{ei}^{12} + h_s)^2}$$
 (3)

Gara devarroller la formula (3) danner a continuación les valores riquientes en francion de On:

1º "tos" = Padio de la vircumferencia cincumstrite al pentigomo regular de lado de Carista del dodecaedeo generador)

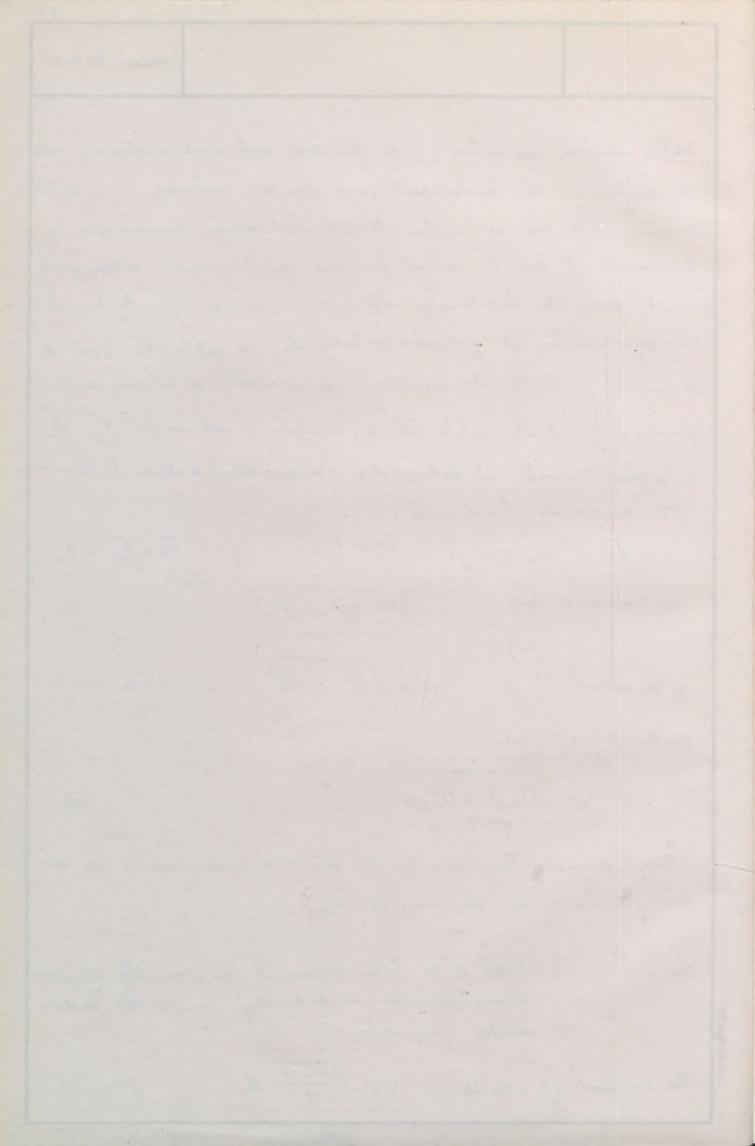
Vor ejercicio E. P. 1.400-44

TC-5 = V 5 + Vs d12

(4)

(alvane

Juno 1979



2° "tei" = ladio de la espera circumscrita el dodecaedro generador:

$$\Gamma_{0i} = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{40}} d_{12}$$
 (5)

Lustituyends en la forannela (3) los valores de las forannelas (1)

(4) 2 (5), tendremo

$$| c | = \sqrt{(r_{c-s})^2 + (r_{oi}^{12} + h_s)^2} = \sqrt{\left[\sqrt{\frac{s + \sqrt{s}}{10}} a_{12}\right]^2 + \left[\left(\sqrt{\frac{2s + 1/\sqrt{s}}{40}} a_{12} + d_{12}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5+\sqrt{10}}{10}\right) + \left[\left(\sqrt{\frac{2r+11\sqrt{10}}{40}} + 1\right)^2 d_{12}} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{10}}{10} + \frac{2r+11\sqrt{10}}{40}} + \frac{1}{1+2\sqrt{\frac{2r+11\sqrt{10}}{40}}} d_{12}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{20 + 4\sqrt{5} + 25 + 11\sqrt{5} + 40}{40} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}} \alpha_{12} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt{5}}{10}} \alpha_{2} = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt{5}}{10}}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{15 + 11\sqrt$$

$$= \sqrt{\frac{17 + 3\sqrt{r}}{8} + \sqrt{\frac{2r + 11\sqrt{r}}{10}}} \quad q_{12} \approx 2, 27 82 79 66 2 \times q_{12}$$

de donde re obtiene finalmente

(6) rec \( \prec \( \text{2}, 27 82 79 66 2 \) diz

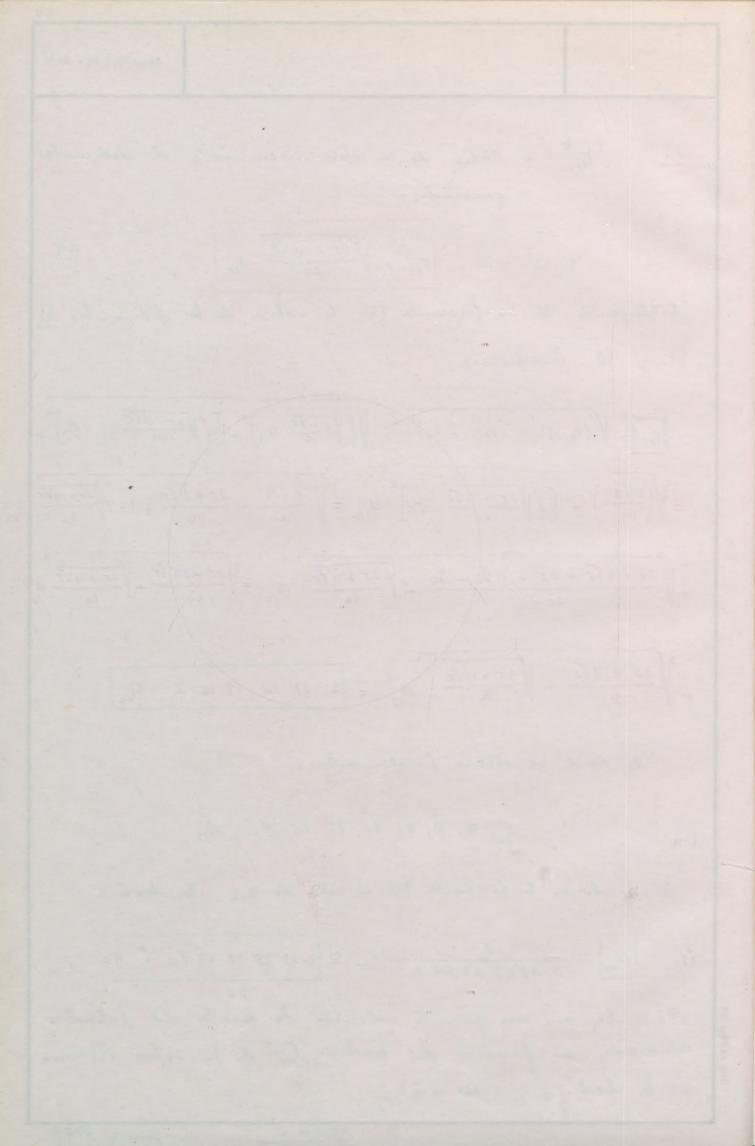
Despejando en la foramela (6) el valor de a12, tendremos

Tormula que nos permite calcular la arista del poliede o estudiado, en función del nadio "Toc" de la esfera sir enscrita dado. (Toc = 110 m m)

UNE A4 210 x 3

Calvara

Junio 1979



PIEZA Nº 1 BASE SUPERIOR DEL PRISMA RECTO PENTAGONAL
12 unidades

Es im pentagono regular empa arista, ena: (mer som 7)

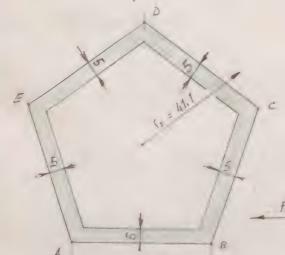
a12 = 0, 43 89 27 67 7... × 110 = 48, 28 20 44 47... = 48,3 mm

Liendo el radio de un cir en monencia circumienta (mu ejercicio 6. P. 1.400 - 44)

 $\int_{C-x^{-2}} \sqrt{\frac{5+\sqrt{r}}{10}} \, o_{12} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{5+\sqrt{r}}{10}} \times 48,28204447... \stackrel{2}{=}$ 

≈ 41, 07 11 60 15 ≈ 41,1 mm

Lu forma j dinneuriones re detablan en la figura 1



PIE 3 NO 1 12 (11)

Figura 1

Figura 1

INF A4.210 × 207

Millian Juno 1979





PIEZA Nº 2 DESARROLLO LATERAL DEL PRISMA RECTO PENTAGONAL

lus caras son - cuadrados, de lado lu = an = 48,3 mm.

Les forma y dionevienes se detallan en la figura 2

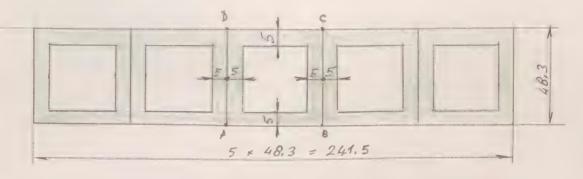


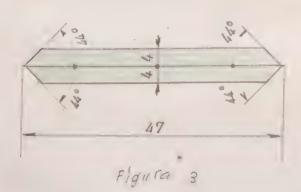
Figura 2

PIEZA Nº 2 12 (U)

PIEZA Nº 3 UNIONES A DISTAS

150 unidades

La forma y dionensiones de detallan en la figura 3



PIEZA Nº 3 150 (u)

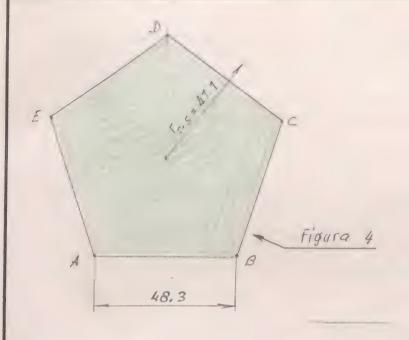
Figura 3

PIEZA Nº 4 FORRO MACIZO DE LA BASE PENTAGONAL DEL

12 unidades PRISMA RECTO PENTAGONAL Lu forma j dimensiones se deducen de las del pentagons ABCDEA de la figure 1, y se détallan en la figura 4.

UNE A4.210 × 297



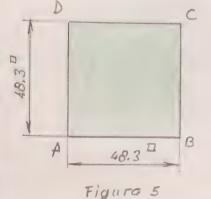


PIEZA Nº 4 12 (11) Figura 4

PIEZA Nº 5 FORRO MACIZO DE LAS CARAS LATERALES DEL

PRISMA RECTO PENTAGONAL 60 unidades.

Lu forma j dimensiones son ignales a les del cua drado ABCDA de la figura 2, g se detallan en la figura 5



PIEZA Nº 5 60 (4)

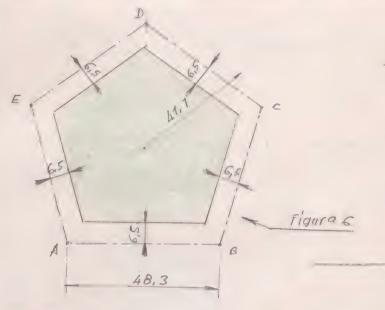
Figura 5

PIEZA Nº 6 REFLIERZO NORMAL INTERIOR DE LA BASE

PENTAGONAL DEL PRISMA RECTO 12 unidades

la torma j dimensiones se deducen de las del pentagono ABCDEA de la figura 4, 2 ce détallan en la figura 6



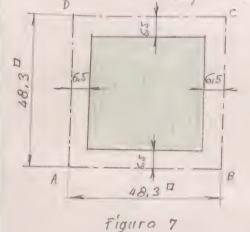


PIEZA Nº 6 12 (U) Figura 6

PIEZA Nº 7 AEFILEDZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS LATE-

RALES DEL PRISMA DECTO PENTAGONAL 60 unidades

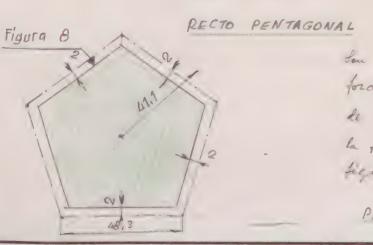
La proma y dimensiones se delucen de las del cuadrado ABCDA de la figura 5, y ac detallan en la figura 7



PIEZA Nº7 60 (u)

Figura 7

PIEZA NO 8 FORRO COLOREADO EN LAS BASES DEL PRISMA



12 unidades

Lon pontas omis usuares citya forma of dionemiones se deducen de las del pentagono ABCDEA de la figura 4 q se detallan en la Liquia 8

> PIEZA Nº 8 12 (u) figura 8

alleres

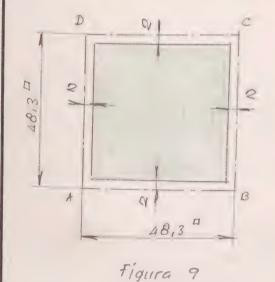
1979



PIEZA NO 9 FORED COLOREADO DE LAS CARAS LATERALES JEL

PRISMA RECTO PENTAGONAL 60 unidades

Lu forma q dimensiones se deducen de las del cuadrado ABCDA de la figura 5, g ce detallan en la figura 9.



PIEZA Nº 9 66 (11)

Figura 9







## ESTUDIO COMPLEMENTARIO

El estudio de este models corpônes, anya ley de generacion se detalla en su enunciado, mos ha conducido a
la obtención de sur poliedos cóncaro compuesto de doce prismas redos pentagonales regulares a coplados por las aristas in
feriores de sus bases, que son communes dos a dos.

bas aristas de este poliedro, todas de ignal longitud, e ignales a las del dodecaedro regular convexo generador "a;", son de dos cleses. Em la primera incluiremen las corres pondientes a las dos bases de cada prisma pentagonal y en la segunda las de las anas laterales de dichos prismas.

En las aristas de las bases superiores, concurren una cara pentagonal (la propia base superiores, concurren una cara pentagonal (la propia base superiores) y otra cuadrada (cara lateral del prisma) perpendientares entre si.

En las anistas de las bases inferiores, concurren dos casas cuadradas quel declas "28" formados en ellas es susplicas tario al diedro "29" de dos caras contiguas de dodecal-dro generados, ya que los sespectivos lados de sus rectilimeos corres pornaientes son perpendientares eintre se, por ser las caras laterales de los prismas bentaçons la perpendientares eintre se, por ser las caras decaedro generados.

l'en pentagones de las louses superiores de la parier pentagonelles, ettentiones 20 caras trianquelares asociadas a cada virlice del dode medio gonerador. I etro 30 caras eschanças.

Tiller Morrowbre 1679



generads.

Estas conevas caras juntamente con les de las bases superiores de la priemas, forman un poliedro converso de la signientes caracteristicas:

- Caras pentagonales regulares = 12 a)
- Caras triangulares regulares = 6)
- Caras cectamonitares = 30 c)
- Dristas de las casas a) = 12x5 =
- Aristas de las caras 6) =  $\frac{20 \times 3}{2}$  = 30
- Aristas de las earas c) = 30x4 =
- g) déntices = 5 x 12

Parificiente el teorema de Enler para la pliades convers

$$C + V = A + 2$$
 "  $62 + 60 = 120 + 2 = 122$ 

(3 > d,2

des caras triangulares son trianquels equilaters, de lado la mayor que la arista a, le docto de de conce-1)

Noviewta 439



La longitud de las aristas "la" se deduce del ca'lculo signiente basato en las consideraciones anteriores.

En efecto: Comideremos la rección recta producidas por um plano perpendicular a una arista rualquiera de las bares inferiores del prisma pentagonal regular, y on un

ten esta rección figura 1, aprecerá el rectilires "2p" A 28 ×

Figura 1

tel diedes formado por dos cacas contiguas del dodecaedio ægular convexo generador, y las des aristas OA JOB de des prison as pentagonale montare, que formian el ángulo "2B", ricetilines del diodes emplementareio del "29"

li tomamo, ahora la tomgitudes 0+ = 08 = 912, el regmento AB serà el lado la de las caras tonanqueles equiláteras. g al crimo tiempo igual al lato la de la cana rectangular ( per foramele 1).



UNE A4 210 x

En el estudio del Codecardro regular convers (ver lame, 4)
blivianos el valor del cinquelo P pa la signiente formula

sen 
$$\ell = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{16}}$$
 g de agni

V = arc. 2eu √5+ √5 = 58, 28 25 25 29 de doude

2 P = 116° 56 50 51 2 = 116° 33' 54", 18 43 2

2B = 180° - 29 - 180° - 116°, 56 50 51 2 = 63°, 43 49 48 80

j de agui B: 31° 71 74 74 40

De la figuera d, ce deduce:

AB = 2× (AO aer β) = 2 nm β × a2 = 2 × 0,52 57 31 112 × d12 =

$$AB = \ell_3 = 1.05 / 4 62 24 d_{12}$$
 (2)

De la formule (2) de deduce que la avista " $l_3$ " es aproseimadamente mayor que le  $d_{12}$  en un zinco por ciento  $l_3 = 1.05 \times d_{12} > d_{12}$  (3)

El modelo con porco del priodro comvers que ce obtendría como consecuencia de este estados complementario, todría paroces en prescipio mad al avarrollados en il



- (2) 30 caras madradas todas regulares y anistas
- (3) 12 caras pentagonales) ignales
  - (4) 120 aristes

y concurren en cada pértice: 193 + 2 P4 + 1 P5

Les condiciones (i), (3) g (4) re cum plen en el poliodro estudiado, pero no la (2) (las casas de este mo

som madradas simo rectangulares de lado a12 2 l3 > a12)

For otra parte, tampoco son ignals entre ei dodas las
aristas, como lo son en el Arquimediano TI, g a en

ree lo lado de los pentágones regulares son de mayor

bongitud que los de las anas triangulares.

En remmen, el policedro estudiado "no es un Arquiconediano mo VI" ann cuando son tan parecido que
pueden confundire a rimple vista.

Para obtener el poliodro de este estados complementario, puede utilizarse este mismo modelo M-4,15, complementario, con las aristas "la" de la caras trianquilares y rectarquilare, que es lo que hemos cealicado en dicho modelo corpóreo.







## SIEGORIA

VARIANTE DEL POLIEDRO CÓNCAVO

M-4.15, DE IGUAL FORMA Y DIMEN-

SIONES Y CONSTRUÍDO: A) EL DODE -

CAEDRO REGULAR CONVEXO, CON SUS

CARAS MACIZAS; Y B) EL PRISMA

RECTO PENTAGONAL DE CARAS LATERALES

CUADRADAS, CON SUS CARAS VACIADAS.-

Radio de la espera circumscrita.

r' = 110 mm.



siones, som las commeiadas y calculadas un el mencionado modelo M-4,15.

Para la construccion le este models son nocesarias las signientes pieras:

A) DOUECAEDRO REGULAR CONVEXO DE CARAS MACI-

PIEZA Nº1. CARAS SUPERFICIALES 12 unidades

Son pontagorros regulares de 48.3 mm de lado. El radio 15.5 de su circumberencia circumscrita, será.

(mer ejercicio 6, P. 1,400-44)

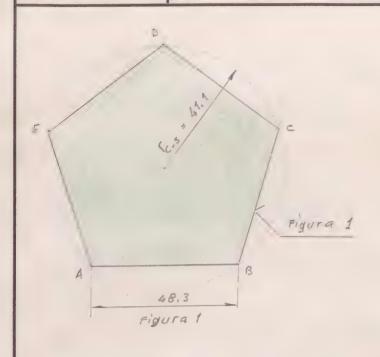
 $rac{1}{C-5} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \times 48.3 = 41.1 \text{ mm}$ 

Lu forma , dimensiones se detallar en la figura 1

UNE A4 210 x 297

Calvare Octubre 1979





PIEZA Nº1 12 (u)

Figura 1

PIEZA Nº2 REFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS

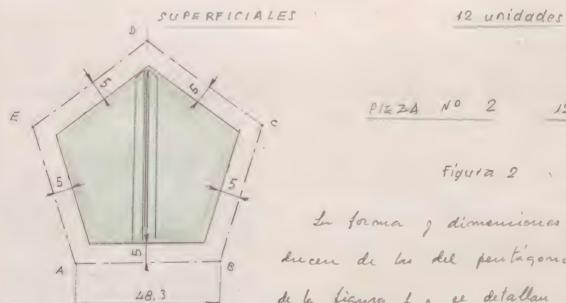


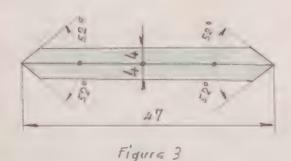
Figura 2

P/ZZA NO 2 12 (U)

figura 2

Les forma g dimensiones se de-Lucen de las del pentagono A, B, C, D, EA de la figura 1 g se detallan en la fiq. 2.

PIEZA Nº 3 (WIONES ARISTAS 30 unidades



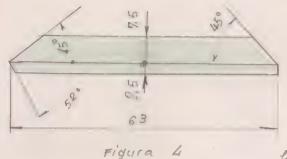
PIEZA Nº3 30 (U)

Figura 3



## DIEZA Nº 4 REFUERZO TRANSVELLAL INTERSE DE LAS CARAS

SUPERFICIALES 24 unidades (simétricas 202)



PIEZO Nº 4 24 (U)

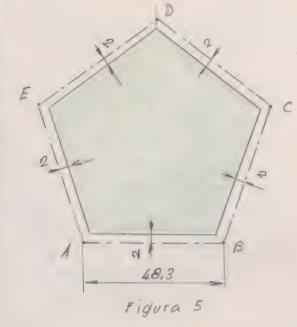
Figura 4

En situación se detalla en la fig. 2; lu forma q dimensiones en la fig. 4.

PIEZA Nº 5 FORRO COLOREADO

12 unidades

Lu forma q dimensiones se de leducen de las del pentago mo ABCDEA de la figura 1, y se detalla en la figura 5.



PIEZA Nº5 12 (u)

Figura 5

PRISMA PENTAGONAL RECTO, DE CARAS LATERALES CUADRADAS CON SUS CADAS VACIADAS Y A DISTA d = 48,3 mm.



PIEZA Nº6 DESARROLLO LATERAL DEL PRISMA RECTO PEN-TAGONAL Y CARAS CUADRADAS 12 unidades

in forma à dimensioner as detallan on la fire. 5

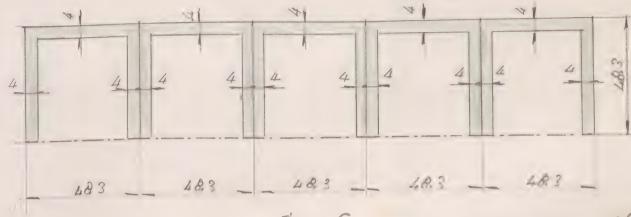


Figura 6

PIEZA Nº6 12(u)

Figura 6

BASE PENTAGONAL REGULAR 12 unidades PIEZA NO 7

lu forma g dimensiones se doducen de les del pentagono ABCDEA Le la fig. 1, g ce detallan en la fig. 7

PIEZA NO 7 12 (U)

Figura 7

48 Figura 8

PIEZA Nº 8 UNIONES ARISTAS 120 unidades

Figura 7

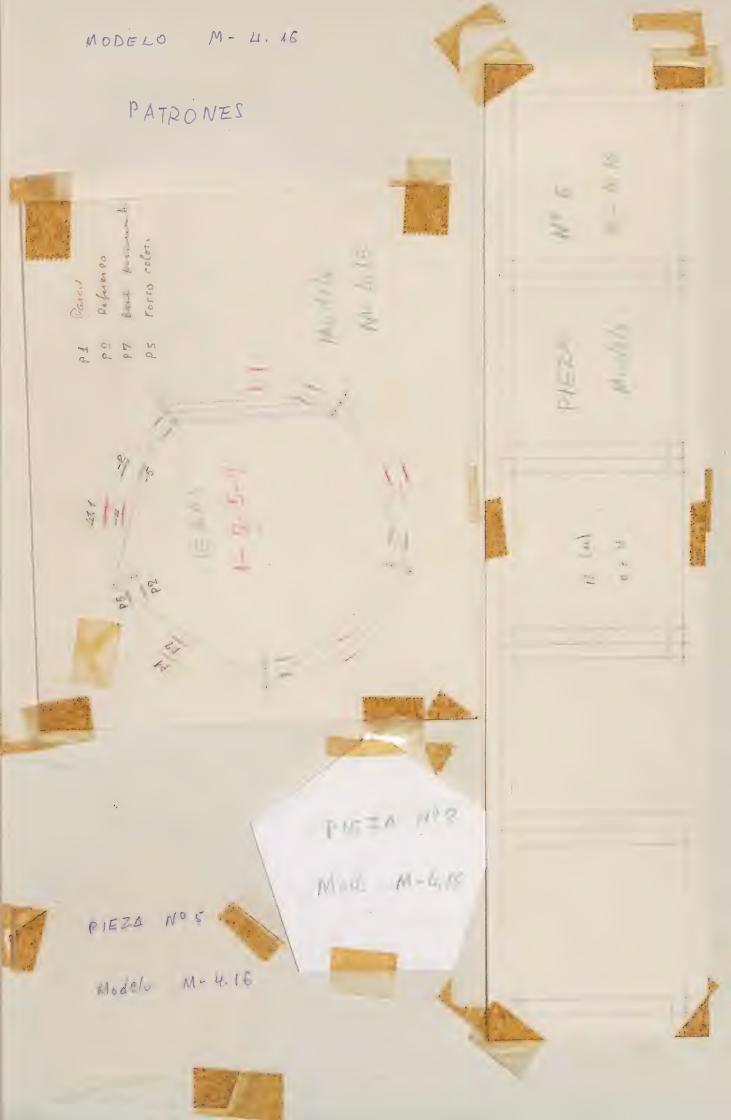
Lu forma of dimensiones se detallan en la figura 8.

PIEZA Nº B 120 (4)

Figura 8

alvane Octubre 1979







## SEEE MIN OU

MODELO CORPÓREO DEL ICOSAEDRO PEGULAR CONVEXO,

OBTENIDO POR TRUNCADURA DE VÉRTICES DE UN DO-

DECAEDRO REGULAR CONVEXO GENERADOR, DE ARIS-

TA "  $a_{12}$ " A LA DISTANCIA "  $x = \frac{5 + \sqrt{5}}{5} a_{12}$ , SiEN-

DO LA ARISTA DEL ICOSAEDRO GENERADO Q' = 5 + 3 V5 "

.- EL ICOSAEDED GENERADO, JE CONSTRUIRÀ CON

LAS CARAS MACIZAS, Y EL DODECAEDRO GENE-

RADOR, CON LAS CARAS VACIADAS.

Pado de la espera circumerita al dodecaedro generador:

Tec = 110 10 10.



ENUNCIADO: Construir el models conpored del icosaedro regular condesco, obtenido por truncadura de virtices de un dodecardro regular convesco gemerador, de arista "an", a la distancia 00 = 5 + 15 a12, riendo la arisa del icorax. dro generado "a' = 5 + 3 \( \sigma \) do - El icora edio generado, re construirá con las caras macieas, y el dotecaedro generador, con les caras vaciadas.

DATO (INICO DE ESTE EJEQCICIO:

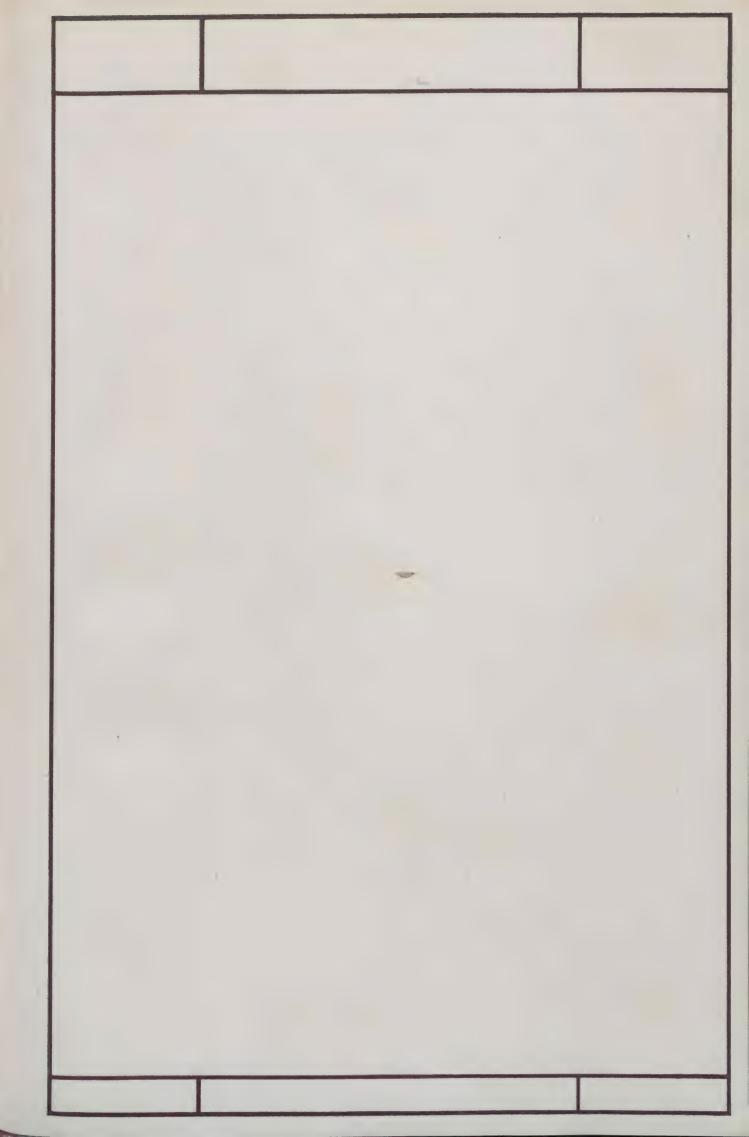
Fec = 110 mm

NOTA: Este modelo es igual al M-9.2. por lo que no se ha repetido su e jecución.

(Tawares

Marco 1981







ElEctrication

ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO

Partio de la espera circumscrita:

r' = 76.1 mm



Models M-5.1

ENIINCIADO: Construir el modelo corpóreo del icosa e dro requela convexo, representado en la lámina co 5 del ejercicio G. E.

DATOS: Radio "100" de la enfera circumscrita al iconae dro
asquilar pedido.

rec = 76,1 m m

bas caracteristicas del isosandro regular comverco, son las signieu-

Nimero de caras triangulares  $C_3 = 20$ Nimero de vertices V = 12Nimero de aristas A = 30Nimero de caras en cada vértice  $5 P_3$ 

El models que se estudia es de caras maciras

Para la construcción de este models, re precisan las signientes piesas:

PIEZA Nº 1

CARA TRIANGULAR

20 unidades

Es un triangulo equilatero, cuyo lado la es ignal a la aris-

UNE A 4-210 x 297



ta del icosaedro pedido.

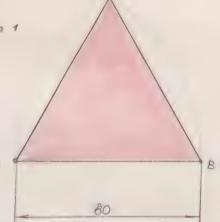
Lu valor se obtience despejands ao de la formula mo del éjercicio G.E. , o sea:

$$r_{ec} = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} q_{20}$$
 de donde  $q_{20} = r_{ec}^{20} : \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$ 

$$r_{ec}^{20} \times \frac{4}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}} = r_{ec}^{2p} \times \frac{\sqrt{10(5-\sqrt{5})}}{5} = 76.1 \times 1.05 \, 14 \, 62 \, 22 \, 4... =$$

~ 80. 01 62 75 25 ~ 80 m m

Figura 1



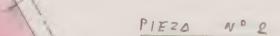
PIEZA Nº01 20 (U)

Fig. 1

PIEZA Nº2

REFUERZO NORMAL INTERIOR. 20 unidades

6 un triangulo equilatero, cuyo lado la ce deduce del tréangulo ABC de la fig. 2 (Tréangulo CDF, de la fig. 2)



20 (u)

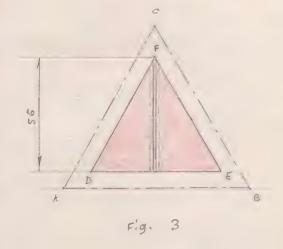
Fig. 2

Fig 2

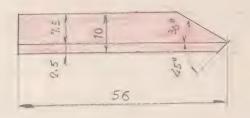


PIEZA Nº 3 REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR 60 unidades

Lu longitud pe deduce del triangulo DEF de la figura 2 (altera del mismo).



PIEZA Nº 3 . 20 (u) (simétricas 2 a 2) Fig. 3



PIEZA Nº 4 UNIONES ARISTAS 30 unidades

Lu longitud es eigeramente imperior a la de la avista a (ver fig. 1; de . 80 mm). - La tomannos ignel a 79 mm.

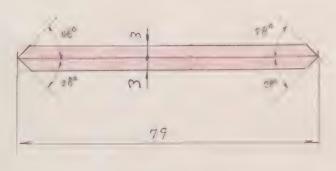


Figura 4

PIEZA Nº 4 30 (11) Fig. 4



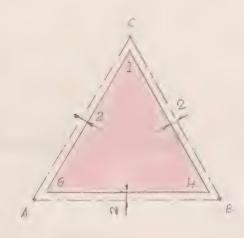


Figura 5

les um trianquelo equilates, augo lado les se deduce del trianguelo ABC de la figura 1 (trianguelo GHI de la figura 5).

PIEZA Nº 5

20 (u)

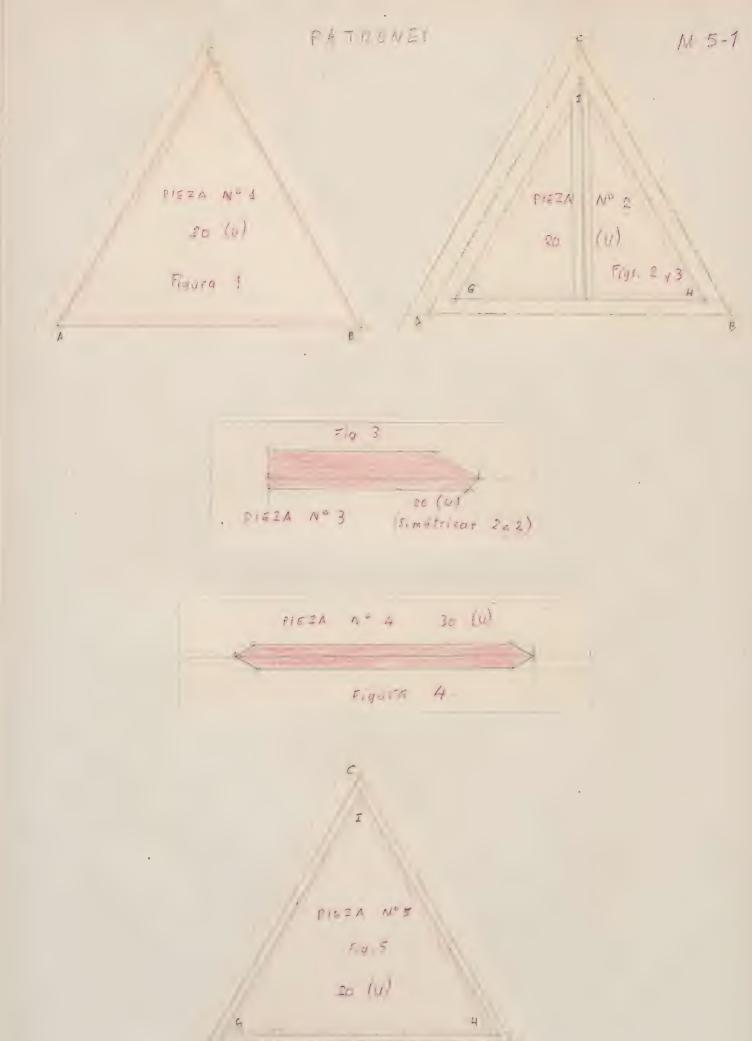
Fig. 5

UNE A 4-210 x 297

Theres

· dubre 1978







MODELOS CORPÓREOS

Modelo M-5.101

ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO

Radio de la esfera circumscrita.

1 = 110 mm



ENIINCIA DO: Construir el modelo conforco del icosa edro : con converso, representado en la lamina 5 de ....

DATO: Radio "Fec." de la esfera circumscrita el sessacolo regular pedido.

 $r_{ec}^{20} = 110 \, m \, m$ 

las características del icosacidos reantar conversos, son las nomen. tes:

Niemero de caras trianquelares (3 = 20

Niemero de vértices V = 12

Niemero de aristas A = ?0

Niemero de caras en cada viértice 5 P3

El models que se estudia es de caras macizas

tes piecas:

PIEZA Nº 1

CARAS SUPERFICIALES

20 unidades

son triàngulos equilateros, cuyo lado la es ignal a la arista



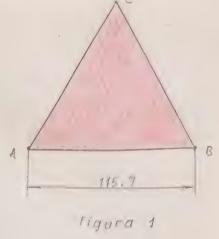
Lu valor re obtience des pejando "dzo de la formula no del espercicio G.E., o rea:

$$r_{ec} = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$$
  $a_{20}$  de donde  $a_{20} = r_{ec}$ :  $a_{20} = r_{ec}$ 

$$= \int_{ec}^{20} \times \frac{4}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{($$

$$= \int_{ec}^{20} \times \frac{\sqrt{(80 \times (10-2\sqrt{5}))}}{20} = \int_{ec}^{20} \times \frac{4\sqrt{5} \times 2(5-\sqrt{5})}{20} = \int_{ec}^{20} \times \frac{\sqrt{10(5-\sqrt{5})}}{5}$$

Lu forance j diomensioner se representan en la figura 1



PIEZA Nº 1 20 (U)

Figura 1

PIEZA Nº 2

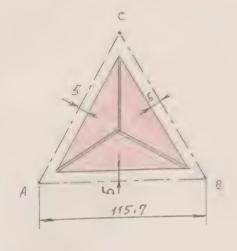
REFLIERZO NORMAL INTERIOR

20 uniolades

du forma g dimensiones se cepresentan en la figura 2 g ce deducen del triangulo ABC de la figura 1



Modelo M-5.101



PIEZA Nº2 20 (4)

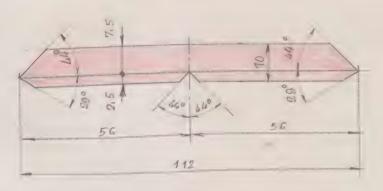
F', F3 C

Figura 2

PIEZA Nº 3 REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR

60 unidades

Le colocan en la dirección de las birectaires del triángulo ABC de la caras superficiales (fig. 2), y ou forma y demense re de tallan en la figura 3.



PIEZA Nº 3 60 (U)

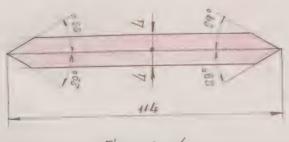
Figura 3

Figura 3

PIEZA Nº 4

UNE A 4-210 x 297

UNIONES ARISTAS 30 unidades



PIEZA Nº 4 30 (u)

Figura 4

Figura 4

alvare Eners 1979



20 unidordes

La forme of demention se apresentar on la figura 5 g 12 de lucia de las del lucia de la jorne 1

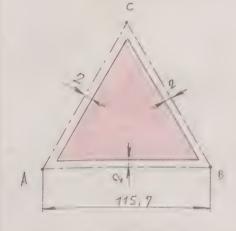


Figura 5

PIEZA Nº 5 50 (W)

Figura 5



EW Brans Th

ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO

Radio de la esfera circumscrita:

r' = 110 mm.



ENUNCIADO:

Construir el modelo corpóreo del icosa edro regular convexo, ae presentado on la lámina 5 del ejerci-CLO G.F.

Radio " rec" de la estera circumsonita al icosae dro DATO: months podulo

rec = 110 m m

El modelo corpóreo que re estudia es de caras vaciadas; na. ciante del modelo M-5.101, con sus miemas dimensiones J características signiente.

> Numero de caras triangulares C3 = 20 Noimero de réstices V = 12 Nimoro de aristas A = 30 Nimero de mas en cada vértice 5 P3

Para la construcción de este models se precisan las siguientes piesas:

PIEZA Nº1

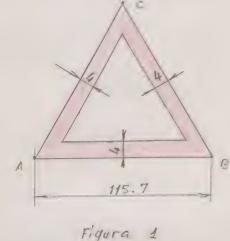
CARAS. SUPERFICIALES 20 unidades

tou triangulos equiláteros cuyo lado "la" es ignal a la arista de del isosandro pedido. En valor re oblieve des pijando and de la formule me del éjercicio G.E., o ma



$$= \int_{ec}^{20} \times \frac{\sqrt{10(5-\sqrt{5})}}{5} \approx 1.05 \, \text{14 Gz 22 4...} \times 110 = 115.7 \text{ m m}$$

Lu forma g dimensiones se representan en la figura 1



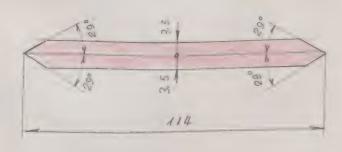
PIEZA Nº 1 20 (u)

Figura 1

PIEZA Nº 2

UNIONES ARISTAS 30 unidades

Lu longitud es ligeramente inforior a la de la arista de (ner fig. 2): 920 = 115,7 mm. ba tomamo igual a 114 mm



PIEZA Nº 2 30 (u)

Figura 2

Figure 2



775 1770 0

I COSAEDRO REGULAR CONVEXO

Radio de la espora circurstrite:

r'= 76.1 m m.



ENUNCIADO:

Comverco, representado en la lámina nº 3 del ejercicio G.E.

DATOS: Radio "Tec" de la esfera circumscrita al icosaedro aegular pedido.

rec = 76,1 m m

El modelo cor poneo que se estudia es de caras vaciadas, vaciante del modelo M-5.1, con sus mirmas dimensiones que éste, y de las caracteristicas signientes:

Nimero de caras triangulares  $C_3 = 20$ Nimero de révises V = 12Nimero de aristas A = 20Nimero de caras de cada vértice  $5 P_3$ 

Para la construcción de este modelo, se precisar las signiente pieses:

PIEZA Nº 1

CARA TRIANGULAR

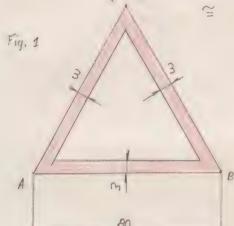
20 unidades

Le un triangulo equilitero de lado la ignal a la arista an del icosae dos pedido.



In valor re oblieve des pejando a de la formula n' del ejercicio G.E. , o Ma:

$$= \int_{ec}^{20} \sqrt{\frac{4}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}} = \int_{ec}^{20} \times \frac{\sqrt{10(5-\sqrt{5})}}{5} = 76.1 \times 1.05 \text{ 14 62 22 4...} \approx$$



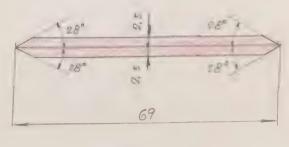
≅ 80,01 62 75 25... ≈ 80 mm

PIEZA Nº 1 20 (11)

Figura 1

PIEZA Nº 2 UNIONES ARISTAS 30 unidades

Lu longitud es ligeramente inforis a la de la arista de (ver fig. 1; do = 80 mm). - La tomamos igual a 69 mm.



· Figura 2

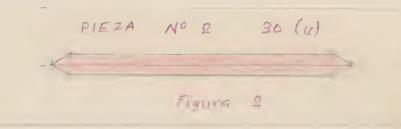
PIEZA Nº 2

Fig. 2

30 (u)













## 1/4-10

MODELO CORPÓREO DEL POLIEDRO CÓNCAVO

DE CARAS MACIZAS, OBTENIDO AL CONSTRUIR

SOBRE CADA CARA DE UN ICOSAEDRO REGU-

LAR CONVEXO, UN TETRAEDRO REGULAR CON-

VEXO, CUYAS A RISTAR CON IGUALES A LAS DEL

ICOSAE DRO GENERA DOR.

Radio de la esfora que pasa por los vértices de los tetraedros regulares:

r' = 110 mm.



ENUNCIADO: Construir el modelo con pórse o del policido cóncaro de cuas anacieras, obternido al construir eobre ca de cara de um icosa edro regular comvesco, um tetrase dro regular comvexo, cuyas
aristas son ignales a las del icosae dro generado

Le tiene como dato similo el del radio "Tec" de la esfera que contiene a los vértices de los tetraedros regulares construidos sobre cada cara del icoraedro generados.

DATO: Radio omásciono "Tec" de la esfera circum-

## 1) PROPIEDADES

De la definición de la generación del poliodro estudiado, dada en su enunciado, ramos a enumerar las propiodades más importantes del mismo, al gunas de las cual.
son básicas para el cálculo de sus demensiones.

P1) El poliodro se compone de meinte tetraedras regulaces convescos, cuyas bases son triángulos equiláteros, (caras del icoraedro generados) y sus caras laterales son



también tri ànquels equilaters; estes tetrae des tienen les aristes de sus bases, commen des a dos.

El onimero de sus vértices V. es:

a) révices de la tetraedra = 20

mirties del icosa edra = 12

Total 32 (u)

El mimero de sus arietas A, es

$$A = \frac{C \times 3}{2} = \frac{60 \times 3}{2} = \frac{90 \ (u)}{2}$$

or aun riendo comento el poliedos pedido, merifica el teore-

$$C + V = A + 2 = 60 + 32 = 90 + 2 = 92$$

P3). El radio "rec" de la espera cincurserita, en ignal a la suma del radio "rec" de la espera inscriba al icosaedro generador de arista  $Q_{20}$ , y de la altura "hy"

del tetraedro correspondiente, de avista  $Q_{20}$ .

$$\Gamma_{ec}^{20} = \Gamma_{ei}^{20} + h_4$$
 (1)

forma de triángulos equilateros de arista de del icosacdro generados.



Como fórmulas premas, deducidas en otros ejercicios, recordemos las signientes:

1º "h" = Altora de los tetraedros regulares convescos, constomidos exbre cada cara del icosaedro generadore, de arista "aso"

$$h_{4} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad a_{20}$$
 (2)

(Per ejucicio G.E. ... Lamina 1)

2° . "Ei = Radio de la enfera inscrita en el icosa odro
generador:

$$r_{ei}^{20} = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{12} a_{20}$$
 (3)

Lustituyendo los valores (2) of (3) en (1), tendremos:



(4)

Pomo el dato del ejercicio es  $\Gamma_{ec}^{20}$ , para obtener " $d_{20}$  en funcion de  $\Gamma_{0c}^{20}$ , despejare mo, en (4) el valor de  $\alpha_{20}$ , en lo que cará;

$$a_{20} = r_{ec}^{20} : \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15} + 4\sqrt{6}}{12} = \frac{12}{3\sqrt{3} + \sqrt{15} + 4\sqrt{6}} = \frac{12}{e_c} = \frac{12}{12}$$

$$= \frac{12}{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}\sqrt{3} + \sqrt{5}\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}(3 + 4\sqrt{2} + \sqrt{4})} = \frac{12}{\sqrt{3}(3 + \sqrt{4})} = \frac{12}{\sqrt{3}(3$$

$$= \frac{12 \sqrt{3}}{3 \left[ (3 + 4 \sqrt{2}) + \sqrt{17} \right]} \int_{ec}^{2\rho} = \frac{4 \sqrt{3}}{(3 + 4 \sqrt{2}) + \sqrt{5}} \int_{ec}^{2\rho} =$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(3+4\sqrt{2})^2-5} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{20}{ee} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{20}{ee} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{20}{ee} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}-5} = \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}(3+2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+32+24\sqrt{$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{36+24\sqrt{2}}\int_{ec}^{20} = \frac{\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})}{9+6\sqrt{2}}\int_{ec}^{20} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}(3+4\sqrt{2}-\sqrt{5})(9-6\sqrt{2})}{8!-72} \int_{e_{e}}^{20} = \frac{\sqrt{3}(27.36\sqrt{2}-9\sqrt{5}-18\sqrt{2}-48+6\sqrt{10})}{9} \int_{e_{e}}^{20}$$

$$=\frac{\sqrt{3}(18\sqrt{2}-21-9\sqrt{5}+6\sqrt{10})}{3}$$

$$=\frac{\sqrt{3}(6\sqrt{2}-7-3\sqrt{5}+2\sqrt{6})}{8}$$

$$=\frac{\sqrt{3}(8\sqrt{2}-21-9\sqrt{5}+6\sqrt{10})}{8}$$

De konde se obtione finalmente:



$$\frac{d_{20}}{d_{20}} = \frac{\sqrt{3} \left(6\sqrt{2} - 7 - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right)}{3} = \frac{20}{\sqrt{62}} = 0, 63 60 27 97 1 - \sqrt{60} = 0$$

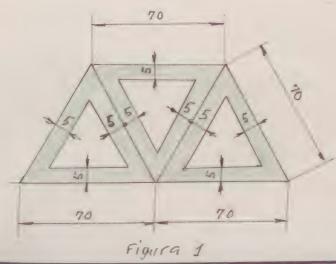
Aplicando la fórmula (s) al cas estudicido, para Tec 110, tendremos:

Para la construcción de este modelo, ce precisan las signientes piesas:

PIEZA INº 1 DESARROLLO LATERAL DE CADA UNO DE LOS VEINTE TETRAEDROS REGULARES CONVEXOS.

20 unidades

Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 1



PIEZA Nº 1

20 (4)

Figura 1

UNE A 4-210 x 297

Cillean Honen to 1.79



PIEZA Nº 2

UNIONES ARISTAS

90 unidades

La forma y d'onvensiones se detallan en la figura 2



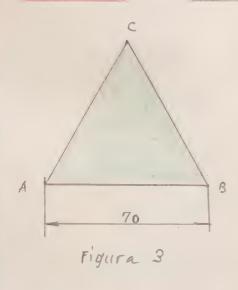
PIEZA Nº 2 90 (0)

Figura 2

Figura 2

PIEZA Nº 3

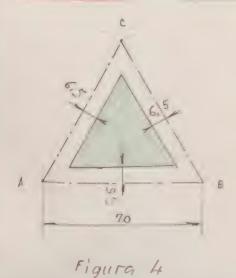
FORRO MACIZO DE LAS CARAS LATERALES



60 unidades Son triangula equilateros. Lu forana o dimensiones se detallan en la figura 3 PIEZA Nº 3 66 (U)

Figura 3

PIEZA Nº 4 REFUERZO CARAS LATERALES 60 unidades



Lu forma p dimensiones se representan en la figura 4, o se deducen de las del Triàngulo ABCA de la figura 3

PIEZA Nº 4 60 (U) Figura 4

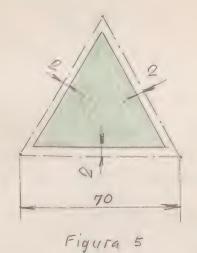
Talvau Non en low 19 =9



PIEZA NO 5 FORRO COLOREADO EN CARAS LATERALES

60 unidades

Lu forma quimenciones se representan en la figura 5, y el detucen de las del Triangulo ABCD de la figura 3.



PIEZA Nº 5 60 (4)

Figura 5



## ESTUDIO COMPLEMENTADIO

El estudio de este models, cuya leg de generación de detalla en el emmeiado, mos ha conducido a la obtención de un poliedro cóncaso, compuesto do veinte tetraedos regulares conmeros acoplados pa las aristas inferiores de sus bases que son comunes do a dos.

Las aristas de este poliedro son todas de ignal longitud, e ignales a au ves a las del ievacedro regular generador "tzo".

Los orístices exteriores son puntos que equidistan del centro
"O" del icosa o dro generador (pr ser la altura de la tetracedro regulares, perpendiculares a la las respectivas caras del mencionados icosa e dro generador para pa el centro de dichas caras.)

Va comignisme di dros vértices estan sobre una estora circumscrita al poliedro estudiado que son a su ves mestices de um dode caedro regular commerco circumscrito a aquel (El dodeca e dro e icora edro regulares comvercos, son conjugado en
tra si).

tou et estudio del dodecardo regular convexo ( Ver 6:E. La'mina d) obtariones la foir anula

$$\Gamma_{ec}^{12} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4} \alpha_{12}$$
 (1)

fue nos da el valor de la longitud del cadio "5" de la esfera circumscrita al dodeca edro segular convesco, en función de su arista "d,2", de la enal, despejandos "a; "bodemos obtenes la arista en función de 5cc."



Dei pues tendremos:

$$|a_{12}| = \int_{ec}^{12} : \sqrt{15} + \sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} \times \int_{ec}^{12} = \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} \int_{ec}^{12} = \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} \times \int_{ec}^{12} = \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} \times \int_{ec}^{12} = \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} \times \int_{ec}^{12} = \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}}$$

$$|d_{12}| = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3}$$
  $|e_{c}|^{2} = |0.71|^{36} |44|^{17} |9...| \times |e_{c}|^{12}$ 

que en el poliodro estudiado cera:

Para obtener al poliedes cerultante de este estudio complementario, puede utilisarse este onismo modelo M-5,3,
completándolo con las aristas "a" de las caras del dode caedro
regular convesco inscrito.





## E JETHTADO

VARIANTE DEL POLIEDRO CÓNCAVO

M-5,3, DE IGUAL FORMA Y DIMENSIO-

NES Y CONSTRUIDO: A) EL 100 SAE-

DRO REGULAR CONVEXO, CON EUR CA-

RAS MACIZAS; Y B) EL TETRAEDRO

REGULAR CONVEXO, CON SUS CARAS VA -

CIADAS.

Radio de la esfera cir curs crità:

r' = 110 m m.



ENUNCIADO:

Construir el modelo corporeo de la variante

del modelo M-5,3, de ignal forma y domen
niones, y construido: A) El icosa e dos regular

convexo generador, con sus caras maciras;

J B) El tetra edro regular convexo, con sus

caras vaciadas.

Las propieda des de este poliedro, así como sus dimensiones, son las emmeiadas y calculadas en el mencionado prosedelo M-5.3.

Para la constru ccion de este modelo, son necesarias las signientes pictas:

A) ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO, CON SUS CARAS

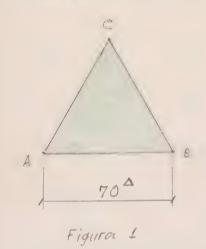
MACIZAS Y ARISTA Q20 = 70 m.m

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 20 unidades

Pon triangulares y equilateras; su forma y dimensiones se detallan en la Ligura !

UNE A 4-210 x 297





PIEZA NO 1 20 (U)

Figura 1

PIEZA Nº 2 DEFUERZO NORMAL INTEDIOR DE LAS CARAS

SUPERFICIALES

20 unidades

Lu forma j dimensiones, je deducen de las del triangulo ABC de la figura 1, 2 el detallan en la figura 2

P/EZA Nº 2 20 (u)

Figura 2

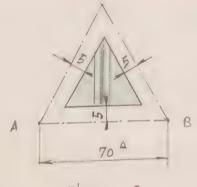
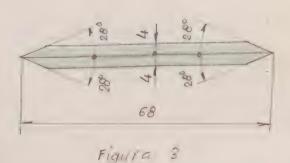


Figura 2

PIEZA N° 3 UNIONES ARISTAS 30 unidades

Lu forma g dimensiones se détallan en la figura 3

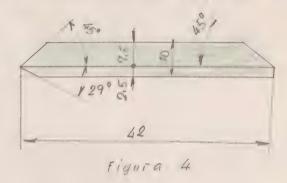


PIEZA Nº3 30 (11)

Figura 3



Lu colocación de detalla en la figura 2; en forma p diconcurrences en la figure 4.

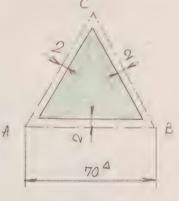


PIEZA NO 4 40 (u), - simétricas 2 a 2. Figura 4

PIEZA Nº 5

FORRO COLOREADO 20 unidades

Lu forma g d'imeuriones re deducen de las del triaingulo ABC de la figura d, y se detallan en la figura 5.



PIEZA Nº 5 20 (U)

Figura 5

Figura 5

TETRAEDRO REGULAR CONVEXO, CON SUS CARAS VA-CIADAS, DE ARISTA Qu = 70 mm

PIEZA Nº 6 DEJARROLLO LATERAL DEL TETRAEDRO REGU-LAR CONVEXO 20 unidades

Calvares Noviembre 1979



Lu forma p dimensiones re detallan un la figura 6.

PIEZA Nº 6 20 (4)

Figura 6

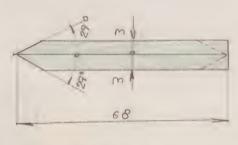
Figura 6

70

70

PIEZA Nº 7 UNIONES ARISTAS 60 unidades

Lu forma j dimensiones se detallan en la figura 7



PIEZA Nº 7 60 (U)

Figura 7

Figura 7

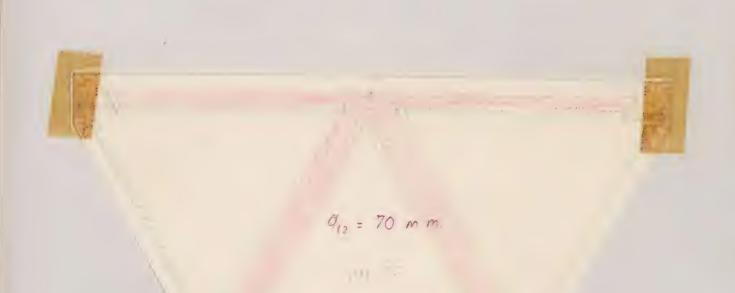
UNE A 4-210 x 297

Cli aux

Vonculue 19 79



Mca210 M-5.4





9,2 = 55,5 mm





## O LETTER THE THE

MODELO CORPÓREO DEL POLIEDRO CÓN
CAVO DE CARAS MACIZAS, OBTENIDO AL

CONSTRUIR SOBRE CADA CARA DE UN

ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO, Y HA
CIA SU EXTERIOR, UN PRISMA REGU
LAR RECTO, CUYA BASE ES DICHA CA
RA, Y SUS CARAS LATERALES SON

CUADRA DOS.

Radio de la espera cir cuerro crita:

r' = 110 m m.



ENUNCIADO:

Construir el modelo corporeo del poliedro concervo de caras macieas, obtenido al construir sobre cada cara de un icosaedro regular converso, y hacia su escterior, un prisma regular cecto, cuya barrie es dida cara, j sus caras la terales son cuadra dos.

Le liene como dato simies el del radio "720 de la espera cincurserita, que contiene todos los vértices esderiores (vértices de las triánquetos equitales os de las bares del persona operentas a las caras del icosae do generador.)

1 = 110 m m

## 1) PROPIEDADES

De la definicion de este poliedro, se deducen las siquientes propredados que encuer una a entreserou. non do alguna, de ellas, báricas para el cálculo de sus dimenremes.

P1) Les prismes metes construides sobre cada cara del s'essatdre generador, son de bases trianquelas equilátera, cionde a su me madradas sus tres caras laterales; por con-



- P2) El poliedro pedido, se compone de 20 pris mas rectos
  trianquelares, regulares y convercos, y tiene las aristas
  "9,2" de sus bases inférères, commens dos a dot.
- P3) El mimero de sus caras resi

 $C_3 = 1 \times 20 = 20$  caras triangulares  $C_4 = 3 \times 20 = 60$  caras cuadradas  $\frac{1}{101al} = \frac{60}{80}$  caras

El sui mero de sus révices, será:

ten les bares auperiores = 3 x 20 = 60 ten les bares inforiores = 12

Total 72 virtices

El número de avistas, será:

En las bares su periores = 3 x 20 = 60

En la bases in feriores = \frac{1}{2} \times 3 \times 20 = 30

En las aux laterales = 3 x 20 = 60

Total 150 avistas

En recumen este policatio lienc:

C = 80 caras

V = 72 mentice,

A = 150 avistas



of verifica tombién el Ecorema de Eules para polis dros con-

C+V = 80 + 72 = 152 = A + 2 = 150 + 2

P4) La altura "h3" del prisma necto, regular, trianquelar, constanido sobre cada cara del icosaedro generador de arista id20, es:

 $h_3 = \mathcal{Q}_2 \tag{1}$ 

prisma cedo anterior, con el centro "C" del tricingulo

Re dicha base; a contimuacion este con el centro "O"

Rel icosaedro generador, y finalmente "V" con "O"

se our formará el tricingulo rectangulo "VCO" de dur
gulo recto. "C" en el que la hipoterna "VO" sera el

cadio "Fec" de la esfera circumscrita al poliedro es
tudiado; el cateto "VC", verá el radio "F." de la

circumferencia circumscrita a la casa tricingular esc
terior; el otro cateto "CO" es la suma del radio
"Fo" de la esfera inscrita en el icosaedro generador,

y la altura "hy" del prisono.

Por corresponente, tendremos:

 $\overline{VO} = V_{ec}$   $\overline{VC} = V_{c-3}$   $\overline{CO} = V_{ei} + V_{3}$ 



$$\overline{VO}^2 = \overline{VC}^2 + \overline{CO}^2 \tag{2}$$

donde sustituyendo valores, será!

$$f_{ee} = \sqrt{(f_{c-3})^2 + (f_{ei}^{20} + h_3)^2}$$
 (3)

Para desarrollar la s'éremula (3) sustituy arus en ella les rèquientes valores en funcion de "azo".

1°) "[c-3] = Radio de la circumferencia circums crita a la base triangular escherior del prisma lecto, de lado l3 = A20

$$\Gamma_{c-3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \alpha_{eo} \tag{4}$$

( d'er ejercicio G.P. 1.400-42)

2°) "[1° : Radio de la esfera inscrita al icoraedro generador, en fincion de un avista "Q20".

$$\int_{ei}^{20} = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{12} \alpha_{20}$$
 (5)

(Ver ejercicio G. E. - L'aruina 5)

 $h_3 = d_{20}$ Vor formula (1), de este ejercicio ( $pag, h_3$ )

(6)

Lustituyends en (3) les valores (4), (5) g (6), tendre.

m 5:



$$r_{ec} = \sqrt{\left(\frac{13}{3} d_{20}\right)^2 + \left[\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{12} d_{20} + d_{20}\right]^2} =$$

$$=\sqrt{\frac{3}{9}+\left[\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{15}}{12}+1\right]^2}q_{20}=\sqrt{\frac{1}{3}+\left(\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{15}}{12}\right)^2+1+\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{15}}{12}\times2}q_2^2$$

$$=\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{(3\sqrt{3} + \sqrt{15})^2}{12^2} + 1 + \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{6}} d_{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{27 + 15 + 6\sqrt{45}}{12^2} + 1 + \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{6}} d_{20} =$$

$$=\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{42 + 6 \times 3\sqrt{5}}{12^2}} + 1 + \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{15}}{6} = \frac{1}{6}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{7+3\sqrt{5}}{2\times12} + 1 + \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{6}} \quad \mathbf{d}_{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{24} + \frac{7 + 3\sqrt{5}}{24} + \frac{24}{24} + \frac{12\sqrt{3} + 4\sqrt{15}}{24}} \alpha_{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{8+7+3\sqrt{5}+24+12\sqrt{3}+4\sqrt{15}}{24}} d_{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{39 + 3\sqrt{5} + 12\sqrt{3} + 4\sqrt{15}}{24}} d_{20} = 1.84 82 50 828... d_{20}$$

de donde re obtiene finalmente

(7)

Noviembre



Despejando en la formula (7) el valor de "do", tendremos:

$$d_{20} = 1: \sqrt{\frac{39 + 3\sqrt{5} + 12\sqrt{3} + 4\sqrt{15}}{24}}$$
 \( \sigma\_{ec} = \)

$$= \sqrt{\frac{24}{39 + 3\sqrt{5} + 12\sqrt{3} + 4\sqrt{15}}} \quad \text{Tec} \simeq \boxed{0.54 \ 10 \ 52 \ 10 \ 4... \ \text{Tec}} \tag{8}$$

Formula que mos permite calcular la prista del policido estudiado, en función del radio "[" de la es/era circum-crita dado ([" = 110 m m))

Aplicando la foramula (8), podemos construir los poligomos que forman sus caras (triángulos equiláteros j

cuadrados de ignal lado; l<sub>3</sub> = l<sub>4</sub> = d<sub>20</sub>).

En el models estudiado, una:

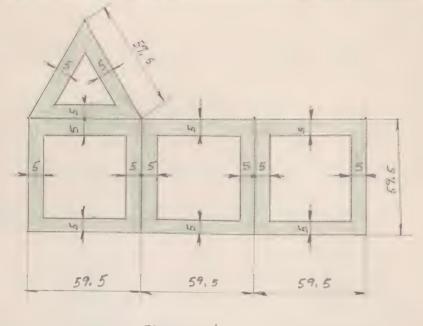
Dicho modelo, de caras macisas, se compondiá de las signientes piosas:

PIEZA Nº 1 DESARROLLO LATERAL Y BASE SUPERIOR DEL
PRISMA RECTO TRIANGULAR 20 unidades

Lu forma g dimenseones se delallan en la tigner min-



in the Ext



PIEZA 11º 1

20 (4)

Figura 1

Figura 1

PIEZA Nº 2

UNIONES ARISTAS

150 unidades

Lu Jorana y dimensiones se detallan en la figura 2

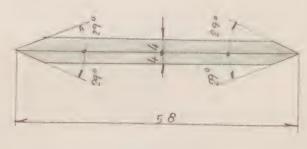


Figura 2

PIEZA Nº 2 150 (11)

Figura 2

PIEZA N° 3 FORRO MACIZO DE LAS CARAS LATERALES DEL

PRIS MA RECTO TRIANGULAR 60 Unidades

for enadrados, en ya forma o dimen.

i anus se detallar en la figura 3

PIEZA N° 3 60 (u)

Figura 3

UNE A 4-210 x 297

Calvare

Noviembre - 1979

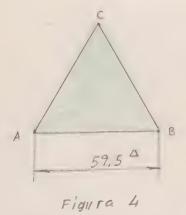


## PIEZA Nº 4 FORRO MACIZO DE LA BASE SUPEDIOR DEL PRISMA

RECTO TRIANGULAR

20 unidades

Son triángulos equilatoros, cuya forme o dirucusiones re detallan en la Ligner 4



PIEZA Nº 4 . 20 (a)

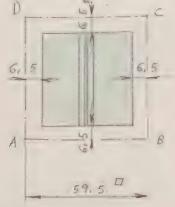
Figura 4

PIEZA Nº 5 REFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS LA-

TERALES DEL PRISMA RECTO TRIANGULAR

60 unidades

La forma y dimensiones, se deducen de las del cuadrado ABCDA de la figura 3, y se detallan en la figura 5



PIEZA Nº 5 60 (4)

Figura 5

Figura 5



RIOR DEL PRISMA RECTO TRIANGULAR

20 unidades

En forma ; dim uniones, se deducer de las del trianquelo ABCA de la ferser 4. 7 « detallan en la figura 6

59.5

Figura 6

PIEZA Nº 6 20 (4)

Figura 6

PIEZA NO 7 REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS CA-RAS LATERALES DEL PRISMA RECTO TRIANGULAR

120 unidades

Lu forma y dionensiones se detallan en la figura 7; su colocación, en la figura 5.

PIEZA Nº 7 120 (11)

Figura 7

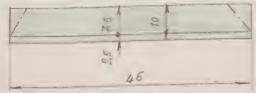


Figura 7

PIEZA Nº 8 FORRO COLOREADO EN LAS CARAS LATERALES DEL

PRIEMA RECTO TRIANGULAR 60 unidades

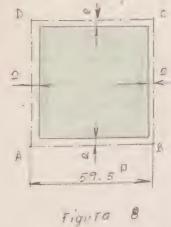
la forma y dimensiones se teducen de las del cuadra do

Callace

Noviembre 1979



ABCDA de la Lieure 3, g ce detallan en la figura 8



PIEZA Nº 8 @ unidades

Figura 8

PIEZA NO 9 FORRO COLOREADO EN LA BASE SUPERIOR DEL PRIS-

MA RECTO TRIANGULAR

20 unidades

Lu forma p dimensiones se deducen de las del Triançals ABCA de la figura 4, pre detallar en la figura 9.

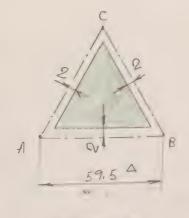


Figura 9

PIEZA Nº 9 20 (4)

Figura 9

(signe)







El estudio de este modelo corpóneo, auja ley de generación re detalla en su emunerado, mos ha conducido a la
obtención de un poliedro cóncaro, compuesto de meinte
prismas rectos triangulares regulares, acoplados por les aristas inferiores de sus bases, que son comunes dos a dot.

Las aristas de este poliedro, todas de ignal longitud, e ignales a las del icosaedro regular convesco generador "a" son de dos clases. En la primera se incluyen las corres pon-dientes a las dos bases de cada prisma triangular, y en la segunda las de las caras laterales de dichos prismas.

En cada arista de las bases superiores, concurren una caaa trianquelas (la propia base superior) y otra cuadra de (cara lateral del prisma), per pendiculares entre si.

En cade aresta de las Eases imprese, concurren des mas cuadradas, y el diedro "28" formado por ellas, es suplementario al diedro "29" de dos cuas contiguas del
icosaedro generador; ya que los respectivos lados de sus cectilimes correspondientes son per pendiculares en tre si, por ser
las mas laterales de los presenas frianquetares, per pendicular.
Ces a les del icosaedro generador.

Li unimo ahora convenientemente do a dos los prismas ces de los triánguelos de las bases su periores de los prismas triangulares, obtendremos 12 caras pontagonales regulares, asociadas a cada vértice del icosacdro generados, y otras 30

UNE A 4-210 x



caras rectangulares asociadas a cada arista del mencionado icosaedro generador.

periores de la prismas trianquelaxes, forman un présedes converses de las signientes caracteristicas:

- a) Caras triangulares regulares = 20
- 6) Caras pentagonales regulares = 12
- c) Caras rectangulares = 30

  Total = 62 cara
- d) Anistas de las caras a) =  $\frac{20 \times 3}{2}$  = 30
- e) Aristas de las caras b) =  $\frac{12 \times 5}{2}$ . 30
- 1) In Te, Relai casas :) :  $\frac{30\pi u}{2}$  : 60

  Total = 120 aris
- g) Vértices = 3 x 20 = 60 virtices

Verificandore el teorema de Eules para los poliodos con-

$$C+V=A+2$$
 62 + 60 = 120 + 2 = 122

La mas dentagonales con regulares, de lado la memor que la arista de del icoraedro generador.

$$\ell_5 < a_{20}$$

(1)

Calvare



La longitud de la arista "l;" se deduce del calculo signiente, barado en las consideraciones anteriores.

tur efecto: Consideremes la rección recta producida por un plano perpondicular a una arista enalquiera de las bases imperèores del prisona triangular regular, y dada en el extremo de didra arista.

Esta rección se detalla en la figura 10, en la que A 2B / B 2000

Figura 10

aparece el restelimeo "2 4" del diedeo formado por dos caras contiguas del icora edio generador, las des arestas OA , OB, de des prismus Trianquelares regulares que forman el dongulo "2 B", rec

tilines del diedro suplementario del "29".

Li tomamos aboca las longitudes OA = OB = Q20, el regemento AB aira' el lado "lo" de las caras pentagona. les regulares, y al mismo tiempo ignal al lado lo de la ma rectangular ( ver for anula 1).



UNE A 4-210 x 2

En el estudio del icosaedro regular converco (ver lan, 5)
Obtaviones el valor del a'ugulo P por la rigniente formula:

De la figura 9, se deduce:

$$AB = l_5 = 0.71364418...0_{20}$$
 (2)

de la loi mula (2) se deduce que la arista le es menos
que la de (aproscimate mente 0,7 x 920)



- (1) 20 anas Trianquilares
- (2) 30 caras madradas
- (3) 12 caras pentagoniales
- (4) 120 avirtas

Eodas regulares g aristas ignales.

dro estudiado, pero mo la (2) (las caras de este mo son cuadradas, simo nectangulaxes de lados  $a_{20}$   $a_{10}$   $a_{10}$ 

Vor otra parte, tampoco son ignales entre ai todas las aris.

Tas, como lo son en el Arquimediamo VI (condición (4)),

J a su ree, los lados de los pentagonos regulares, son de

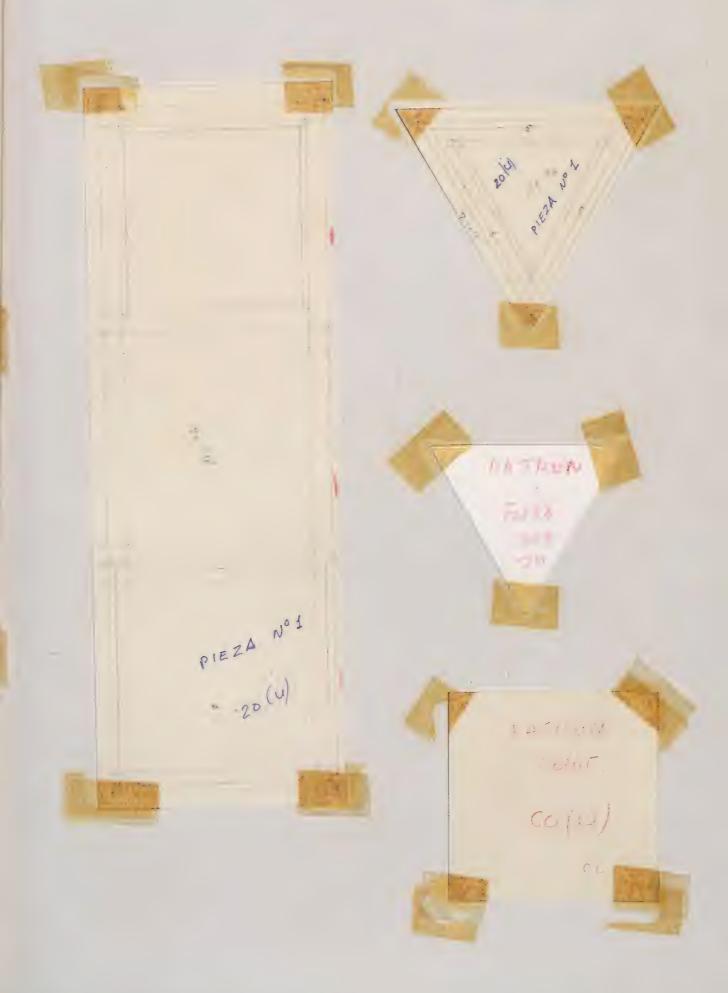
menor longitud que los de las caras trian melares.

En resumen, el polis dre estudiado en este estudio complementario "no es un Arquimediano TI," anne mando pueden confundir a simple mota.

Para obtener este poliedro, puede utilioasse este minmo modelo M-5.5; completandolo con las ariotas  $l_{\overline{5}}=42.5$ mm, le las caras pentagonales regulares, que es lo que hemos realizado en dido modelo corpóreo



## Patrones





## EVETTIBLE.

VARIANTE DEL POLIEDRO CÓNCAVO M-5.5,

DE IGUAL FORMA Y DIMENSIONES, Y CONS-

TRUIDO: A) EL ICOSAEDRO REGULAR CON-

VEXO GENERADOR, CON SUS CARAS MACIZAS;

Y B) EL PRIEMA RECTO TRIANGULAR RE-

GULAR, CON SUS CARAS VACIADAS.

Radio de le copera circumerita.

r' = 110 mm.



ENUNCIAND.

Portocione et modelo corporcio de la variante del policidio cómeavo M-5.5, de ignal forma y discomenciones, y construido: A) El insacotro requelas converco generados, con sus caras macisas; y B) El prisma recto triangular requelas, con sus caras vaciadas.

dus propiedades de este poliedro, an como sus dimensiomes, son las enunciadas y calculadas en el mencionado modelo M-5.5.

Para la construcción de este modelo, son necesarias las n'gnientes piesas:

A) ICOSAEDRO REGULAR CONVEXO, DE CARAS MACIZAS
Y ARISTA 59,5 m m.

PIEZA NO 1

A 59.5
Figura 1

La triangulos equilateros; un forma quinensiones se detallan en la fig. 1.

P1EZA Nº 1 20 (u)

Figura 1

UNE A 4-210 x 297

Caware

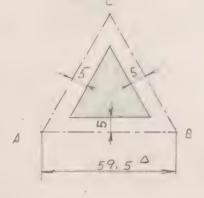
Diciembre 1979



SUPERFICIALES

20 unidades

Lu forma q dimensiones se deducen de les del trianquelo ABC de la figura 1, g se detallan en la figura 2



PIEZA Nº 2 20 (4)

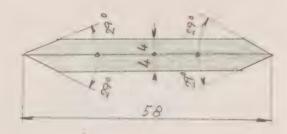
Figura 2

Figura 2

PIEZA Nº3 UNIONES ARISTAS

30 unidades

La forma q dimensiones se détallan en la figura 3



PIEZA Nº 3 30 (u)

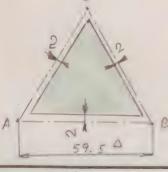
Figura 3

Figura 3

PIEZA Nº 4.

FORRO COLOREADO 20 unidades

Lu forma y dimensiones se deducer de les del triangulo ABC de la figura 1, pre deta-Man en la fig. 4



PIEZA Nº 4

20 (4)

Figura 4

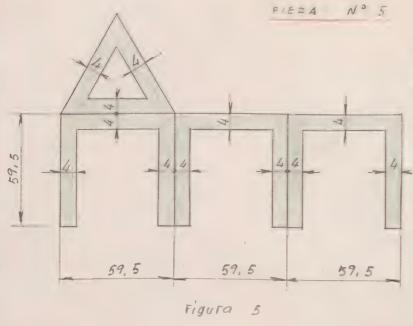
Figura 4

Callares

Diciembre 1979



B) PRISMA TRIANGULAR RECTO, DE CARAS LATERALES CUA-DRADAS, CON SUS CARAS VACIADAS, DE ARISTA d3 = 59,5 mm



PIEZA Nº 5 DESARROLLO LATERAL Y BASE SUPERIOR SEL PRISMA RECTO TRIANGULAR

20 unidades

4\_ Lu forma y dimensiomes se detallan en la

figura 5

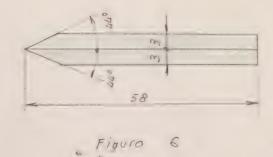
PIEZA Nº 5 20 (4)

Figura 5

PIEZA Nº 6 CINIONES ADISTAS (on caras laterales)

60 unidades

Lu forma q dimensiones, se detallan en le figure 6



PIEZA Nº 6 60 (U)

Figura 6

PIEZA Nº 7

UNIONES ARISTAS

60 unidades

(an bases superiores)

Lu torma q dimensiones, se detallan en la figura 7

all laus

Succession 1979



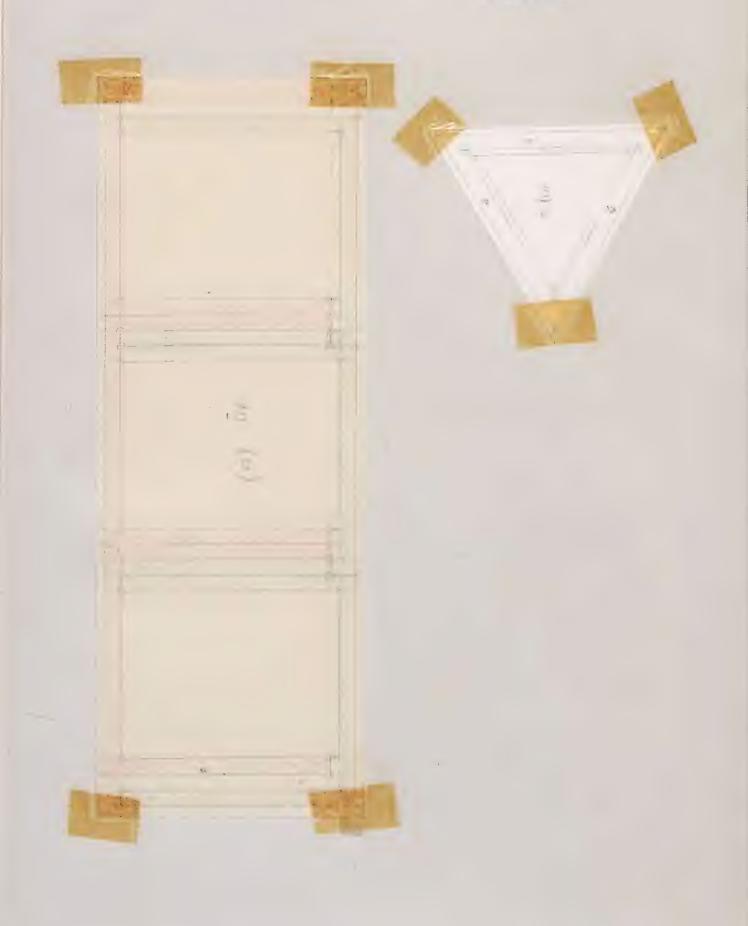
4. 24

PIZZA Nº 7 GO W

UNE A 4-210 x 297



Fatrones





ESTE MODELO ES I GUAL AL

M - 10.2



## DISCITATION

MODELO CORPÓREO EN EL QUE SE MUESTRA

LAS RELACIONES EXISTENTES ENTRE LOS CIN-

CO POLIEDROS REGULARES CONVEXOS.

ladis de la esfere inscrite al icoraedro regular escterior:

rec = 110 mm



Sartiendo del issaedro regular converco, pueden obtenerse los matro poliedros regulares comvercos, restantes, que quetarán situados sim interferencia muntira, (o rea que mo
se interectam entre si) en el interior del icosaedro considerado.

Estas relaciones re apreciau en el models estudia do, que contiene los riquientes poliedros requelares:

- A) 5 (OSA: DO DE GULAR CONVEXO, de caras Naciadas, de arista azo j radio (20 de su esfera circumerita.
- de avista d'<sub>R</sub>, conjugado del icosa edro A) y obtemido al runie la centra de las caras de éste.
- c) EXAEDRO DE FULLAC CONVEXO, de ouver macrami, de avista a, inscrito en el dodeca edro B).
- de avita a, inscrito en el cocacdro C) ja un ver

 $Q_{12} = 1.05 \text{ 15} \times 110 = 115.66$   $Q_{12} = 0.56 \text{ 71} \times 110 = 62.38$   $Q_{12} = \frac{55+1}{2} \times 62.38 = 100,93$   $Q_{13} = \frac{55+1}{2} \times 100.93 = 142.74$   $Q_{13} = \frac{145.74}{2} \times 100.93 = 142.74$ 

Te. = 87,41 blanco

Te. = 87,41 amar.

Te. = 87,41 verde

Te. = 33.64 (0)3

piramides pent. - Level class

Vec = 110 azul

Modelo de la 5 stadio 29.

con vescis

Arquimediano: arista = 115.66 = 38,55 = 38,6



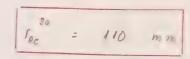
ienscrits en el dodecardo B).

E) OCTA E DRO RE SULAR CONVEXO, de caras ona ciras.

de arista a<sub>8</sub>, obtendo al nevir los centros de las
anistas del tetra e dro D).

DATO UNICO DE ESTE ESERCICIO

sec : Radio de la estera circumerita al insaedro A):



Para la construcción de este models, con necesarias las signientes piasas

- A) I COSAEDRO REGULAR CONVEXO, de caras variades:
- A1) Arista «a del reosaedro, en función de Tec.

Le deduce de la formula " se : \[ \frac{10 + 2\text{V5}}{4} \] \[ \frac{a\_20}{4} \], obtanida
en el ejercicio G. E. no --- : Lámina 5, - Des pejando en ella deo,

tendremos:

$$Q_{20} = \int_{e_{c}}^{20} : \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 1 : \sqrt{10 + 3\sqrt{5}} \int_{e_{c}}^{20} = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \int_{e_{c}}^{20} = \frac{1}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} \int_{e_{c}}^{20} = \frac{1}{\sqrt{10 +$$



$$= \sqrt{\frac{16}{10 + 2\sqrt{5}}} \int_{e_{c}}^{20} = \sqrt{\frac{8}{5 + \sqrt{5}}} \int_{e_{c}}^{20} = 2 \times \sqrt{\frac{2}{5 + \sqrt{5}}} \int_{e_{c}}^{20} = 2 \times \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{20}} \int_{e_{c}}^{20} =$$

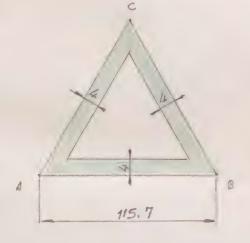
$$= 2 \times \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \int_{ee}^{20}$$
 (1)

ba. foramela (1), aplicada al caso estudiado, mos dasá:

PIEZA NO 1 CARAS SUPERFICIALES

20 unidades

Le forme à dimensiones re detallan en la figuera 1



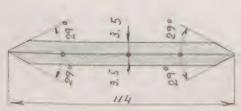
PIEZO Nº 1 20 (4)

Figura 1

Figura 1

PIEZA Nº 2 UNIONES ARISTAS

30 unidades



PIEZA Nº 2 20 (U)

Figura 2

en la figura 2

Lu lorana q dimensiones re de la Van

Figura 2

Malvares

Abril 1981



De la gomeración de este dode saedro regular, a deduce que el mismo ha de quedar situado en el interior del icoraedro regular, de forma tal que los virtues del dodecaedro quedarán caincidentes con los contros G de las caras del icoraedro generador.

Vara poder nituar muaterialmente en un posicion correcta el dode ca edro en el interior del icosa edro, constanice mos sobre las doce caras pentagonales del mencionado do decae-dro compagado, otras tantas pirámides ausciliares, rectas. regulares, de base pentagonal, o caras vaciadas, cuyos véstices rervirán de apoyo a los doce révices del icosa edro generados.

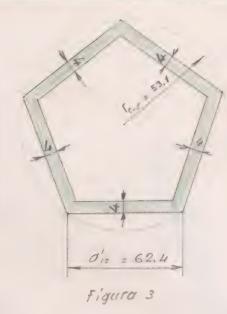
Esta volucion es ignal que la realisada en el estudio del modelo M-10.2, que puede servir para el de este modelo, y mendo además de como la como la como la este sus mirmos cálculos, de lo que emplearemos algunos de ello.

B1) Arista "a", del dodecae dio conjugado

Lu valor es "  $\alpha_{12}'' = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{5}} \int_{ee}^{20}$  " Rekucido en el ejercicio M. 10.2 (formula (3)). Bendremos pues:

UNE A4 210 × 297





PIEZA Nº 3

12 (4)

Figura 3

PIEZA Nº 4 UNIONES ADISTAS

30 unidades

Lu forma g dimensiones se detallan en la figura 4

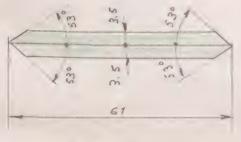


Figura 4

PIE24 Nº 4 30 (a)

Figura 4

PIEZA Nº 5 DESARROLLO LATERAL DE LAS PIRÁMICES AUXI-LIADES PENTAGONALES, RECTAS, REGULADES DE

CARAS VACIADAS

12 unidades

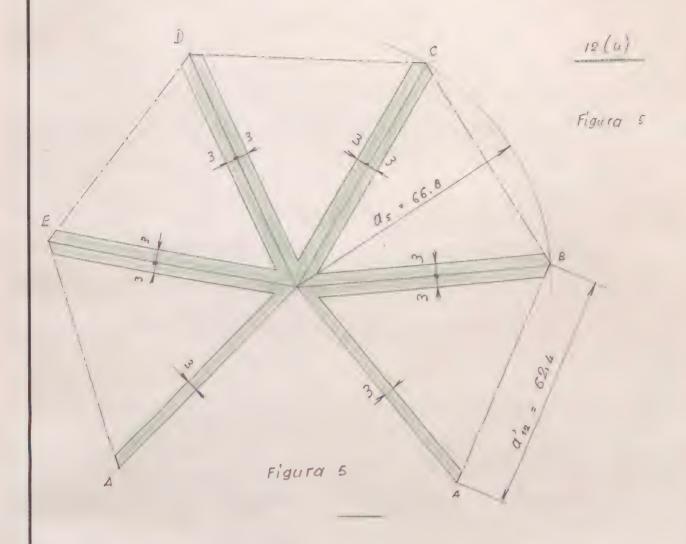
Lu forma y dimensiones se détallan en la figura n° 5 de la página signiente:

CHI CE

Abril 1931

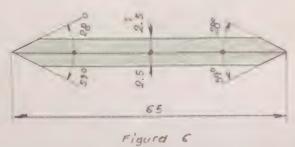


AB = 60 = 00 = DE = EA = 624 mm P182A NA 5



PIEZO Nº 6 UNIONES QUISTAS 60 unidades

Lu forma q dimensiones re detallan, en la figura 6



PIEZA Nº 6 60 unidades

Figura 6

C) EXAEDRO REGULAR CONVEXO, de caras raciadas, de arusta "O6", inscrito en el dodecardo B).



Je obtiene de la formula  $r_{ec}^{12} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4} a_{12}$  de du cida en al ejercicio  $6.6.0^{\circ} - 1.0 - 1.00$  de ma la que  $a_{12}$  hene el valor  $a_{12} = a_{12}^{\circ} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{5}} r_{ee}^{20}$  (ver formula (2) de este ejercicio). In puer, tendremis:

$$I_{ee}^{12} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{5}} I_{ee}^{20} = \frac{1}{12} (\sqrt{15} + \sqrt{3}) \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{5}} I_{ee}^{20} =$$

$$= \frac{1}{12} \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (\sqrt{15} + \sqrt{3})^2}{5}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 3 + 2\sqrt{45})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 2\sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e}^{20} = \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5})}{5 \times 12^2}} \int_{e_e$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times (\Gamma + \sqrt{\Gamma})(18 + 6\sqrt{5})}{5 \times 12^{2}}} \Gamma_{ee}^{20} = \sqrt{\frac{(5 + \sqrt{\Gamma})(3 + \sqrt{\Gamma}) \times 2 \times 6}{5 \times 12^{2}}} \Gamma_{ee}^{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{15^{2} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 5}{5 \times 12}} \int_{e_{c}}^{20} = \sqrt{\frac{20 + 8\sqrt{5}}{5 \times 12}} \int_{e_{c}}^{20} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 \times 3}} \int_{e_{c}}^{20} =$$

= 
$$\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{15}}$$
 les de donde re obtiene finalmente

$$\int_{e_{c}}^{2} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}} \int_{e_{c}}^{e_{c}}$$
 (4)

Con estar el escaedro c) inscrito en el doderacdeo B), recan ignales los respectivos radios de sus esteras circums critos, por lo que se verificará:

$$\left| \int_{e_{c}}^{12} = \int_{e_{c}}^{6} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}} \int_{e_{c}}^{20} \right| \tag{5}$$



fe obtiene de la foranne la "  $\xi_c^6 = \frac{\sqrt{3}}{2} d_6$ " obtenida en el ejercicio G.E.  $n^0$ --- Lámino 2, despejando en ella  $d_6$ -- Dri pues
tendremos

ella  $e^{6}$  pr su valor  $\sqrt{\frac{2}{15}}$   $e^{6}$  =  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   $e^{6}$  7 sustituyendo en ella  $e^{6}$  pr su valor  $\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{15}}$   $e^{20}$  (vei for anula (5) de este éprcieis).

$$|Q_6| = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{15}} \int_{e_c}^{20} = \sqrt{\frac{(2\sqrt{3})^2 \times (5+2\sqrt{5})}{3^2 \times 15}} \int_{e_c}^{20} =$$

$$= \sqrt{\frac{12 \times (5 + 2\sqrt{5})}{9 \times 15}} \int_{ee}^{20} = \sqrt{\frac{4 (5 + 2\sqrt{5})}{3 \times 15}} \int_{ee}^{20} = 2 \times \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{45}} \int_{ee}^{20}$$
 (6)

La formula (6). a plicada al caso estudiado, mos da el cigniente valor mumérico:

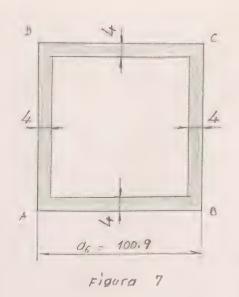
$$a_6 = 2 \times \sqrt{\frac{5+2 fr}{45}} \int_{e_6}^{20} \stackrel{\sim}{=} 0,917587947... \times 110 \stackrel{\sim}{=} 100.9 mm$$

Para la construcción. del escaedro c) de caras vaciadas, em mecesarias las signientes pieses:

en forma g dimensiones, se detallan en la figura



Modelo M- 5.8



PIEZA NO 7

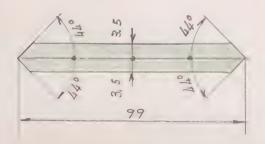
6 (u)

Figura 7

PIEZA NO 8 U MIONES ADISTAS

12 unidades

Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 8.



PIEZA NO 8 12 (U) Figura 8

Figura 8

D) TETRAEDRO REGULAR CONVEXO, de caras variadas, de anista "a,", inscrito en el escaedro C)

Este telacedio està "insorito en el escaedes c) y la meisir en el dode ca e dro B, por lo que tendrain ignal estera cir. cumscrita. Asi pues, serà:

$$\Gamma_{ec}^{4} = \Gamma_{ec}^{6} = \Gamma_{ec}^{12} \tag{7}$$

01) Asista "a" del testraedio D)



bus reis aristes del tetra edro D) invenito en el escaedro C), son diagonales de les caras de este, q a on me, diagonales de reis caras del dodeca edro B). La lorigitad, reràperas:

 $d_4 = \sqrt{2} d_6$  gantitu yendo en ésta el valor de  $d_6$  (ver formula (6) de este ejorcicio); tendre-

$$|d_{\mu}|$$
:  $\sqrt{2}$   $d_{6} = \sqrt{2} \times 2 \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{45}} \int_{e_{c}}^{20} = \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5}) \times (2\sqrt{5})^{2}}{45}} \int_{e_{c}}^{20}$ 

$$= \sqrt{\frac{8(5+2\sqrt{r})}{45}} \int_{e_{e}}^{20} (8)$$

La formula (8), apricada al caro estudiado, mos de el nigniente valor mumérico:

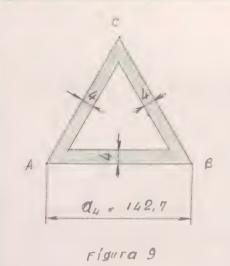
$$0_4 = \sqrt{\frac{8(5+2\sqrt{5})}{45}} \times 1/0 \cong 1.29 \ 76 \ 65 \ 31 \ 9... \times 110 \cong 1/42.7 \ mm$$

Para la construcción del tetra edro D) de caras vacia das, son mecesarias las signientes piesas:

PIEZA Nº 9 CARAS SUPERFICIALES 4 unidades

Lu forma p dimensiones se detallan en la figura



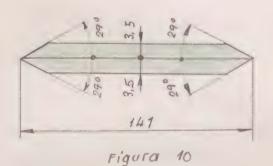


PIEZA Nº 9 4 (4)

Figura 9

PIEZA NO 10 UNIONES ADISTAS 6 unidades

Lu forma g dimensiones re detallar en la figura nº 10



PIEZA Nº 10 6 (u) Figura 10

E) OCTAEDRO DEGULAR CONVEXO, le caras macises, de arista " a obtenido al uniz los centros de las aristas del tetracción D).

E1) Arista "ag" del octae dro, en junción de "rec"

Je la construcción esepresada anteriormente, se deduce que la arista "a" es la mitad de la "a"; es decir, tendromos

 $a_8 = \frac{1}{2} a_4$ 



mule 181 de set simila el valor de a, (ver fin-

$$|q_0| = \frac{1}{2} |q_0| = \frac{1}{2} |\sqrt{\frac{8(5+2\sqrt{5})}{45}}|_{q_0} = \sqrt{\frac{8(5+2\sqrt{5})}{45 \times 2^2}}|_{q_0} = \frac{1}{2} |\sqrt{\frac{8(5+2\sqrt{5})}{45 \times 2^2}}|_{q_0} = \frac{1}{2} |\sqrt$$

$$= \sqrt{\frac{2(s+2VF)}{4s}} \int_{ec}^{20}$$
 (9)

La formula (9), a plica de al caso estudia do, nos da el signiente valor memérico:

$$a_8 = \sqrt{\frac{e(s-2V_r)}{4s}} \times 100 \approx 0.648832660... \times 100 \approx .71,4 mm$$

Para la construcción del octaedro E) de caras macisas, son necesarias las riquientes pieras:

PIEZA Nº 11 CARAJ JU PERFICIALES B Unidodes

« Lu forana q dimensiones se detallan en la figura. 11

PIEZA Nº 11 8 (u)

Figura 11

Calfares

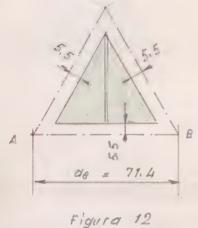
Abril 1981



# PIEZA Nº 12 REFUERTO NORMED INTENIOR DE LAS CARAS

8 unidades SUPERFICIALES

Lu forme à dimensiones se de du cen de las put trianquels ABC de la figura n° 11, j re



PIEZA Nº 12 8 (u)

ce presentan en la figura 12.

Figura 12

PIEZA Nº 13

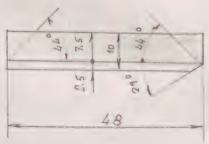
REFUEDZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS

CARAS SUPERFICIALES

16 unidades

la forma y dimensiones re detallare en la figura nº 13;

en colocación en la fig. 12.



PIEZA NO 13 16 (u)

Figura 13

Flgura 13

PIEZA Nº 14 CINIONES ARISTAS 12 Unidades

Lu forma q diemensiones as detallan en la figura 14

Figura 14

PIEZ D Nº 14 12 (4)

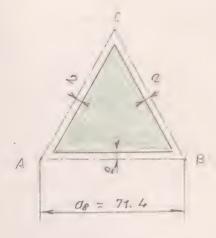
Figura 14



PIEZA Nº 15

FORRO COLOREADO

8 unidades



Lu forma g dimensiones se dedu cen de las del triangulo ABC de la figura 11, g ce detallan en la figura 15

PIEZO Nº 15 8(a)

Figuro 15

Figuro 15

Como complemento de este estudio presentantes el riquien-TE CUADRO - DESUMEN

#### CUADRO- RESUMEN

POLIEDRO	Radio Fo de	su esf. circ.	Arista	$\mathcal{Q}_n$
REGULAR	Valor exacto (formula)	Valor numérico	Valor exacto (formula)	Valor numbrico
A) JOSAEDQO	Tec Valor dato	110 ·	020 = 2 \ \frac{5-15}{10} \ rec	115,7
B) DOPECA EDRO	V = 2 V5   20   20   20   20   20   20   20   2	87,4	$d_{12} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10 \cdot 2\sqrt{5}}{5}} \int_{ee}^{ee}$	20 62.4
C) EXAEDRO	V 5 + 2 Vr 20 15 - 15 -	87,4 06	= 2 \sum \frac{5 + 2 \text{   5}}{45} 6.	. 100,9
D) 7 E 7 R A & D R D	V 5+2 F5 Fe. 20	87, 4-4=	8 (5 + 2 VF) 20 45 Fee	- 142,7 -
E) OCTAEDDO	1/ 5 + 0 Vs	50.5 q	= V = (5 + 2 (5)) 45	<sup>2</sup> o 71, 4







### PUBLISHED OF

MODELO CORPÓREO DEL TETRAEDRO PEGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE OTRO TETRAEDRO

REGULAR CONVEXO (GENERADOR), SIENDO

LOI VERTICES DEL PRIMERO, LOS CONTROS

DE LAS CARAS DEL SEGUNDO, - ÉL TETRAE-

DO GENERADO, SE CONSTRUIRA CON JUS CA-

DAS MACIZAS, Y EL GENERADOR CON SUS CA-

RAS VACIADAS.

Radio de la esfera circumscrita al te"Inaedro generador:

Tec = 76.1 m m.



ENUNCIADADO: Pous trasier el modelo con pôreo del tetraedro

cegular comverco, conjugado de otro tetrae
dro regular comverco (generador), siendo

los vértices del primero, los centros de Cas

caras del regundo.- El tetraedro genera
do, re construirá con sus earas maciras y

el generador con eus caras raciadas.

DATO UNICO DE ESTE ESERCICIO:

severador:

Tee = 76.1 m m

En la ejeccició 6. E. nº ... - Láminas 6 al 10, hemos estudiades la representación de los poliedros compregados de los regulares comveros, en los que las aristas de los primeros son los respectos rectilimeos obtenidos al unir los lentros de dos caras contiguas de los poliedros regulares generadores.

Esta poliedros compregados som a en ver poliedros requilares converos, o regima se dedujo de dicho estudio, obtuvicomo que: "El escaedro o obtando regulares convercos som contra amente conjugados (cada uno lo es del otro).

Igual arente som contra mente conjugados el dodecardo e

inscredos regulares convercos. El tetraredos regulas es conjugados

UNE A4 210 x 297



Bambeien obtavious en les mencionades éjencicis G.E...

n°!..... L'aminas 6 al 10, les valores anatilités de les magnitudes de les priedes compagades, en funcion de les de les

rèspectives poliodes generadores, que ous renirai para
la construccion de les models correspondientes.

previous ente les régnientes magnitudes, en funcion del innies dato del problema (radio 5 de la espación curs crita al letrardro generados).

## 1) Snista au del tetracho generador.

Le obliene de la fór anne  $\int_{ee}^{4} = \frac{\sqrt{6}}{4} a_{4}$ , deducida en el ejorcició Gr. E. n°-.-. - Lám.  $\epsilon$ ; despejando en ella  $a_{4}$ . Ean-due nos pues;

$$a_4 = f_{ee} : \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{4}{\sqrt{6}} \times f_{ee} = \frac{4\sqrt{6}}{6} f_{ee} = \frac{2\sqrt{6}}{3} f_{ee}$$
 (1)

## 2) kirta a'y del tetraedro comjugado

le oblience de la formula d'4 = \frac{1}{3} d4, deducida en el ejercicio G. E. n° -- - l'émina 6. - Cendreur pues:

$$|a'_{4}|^{2} = \frac{1}{3} d_{4} = \frac{1}{3} \times \frac{216}{3} \times f_{ee}^{4} = \frac{216}{9} f_{ee}^{4}$$
 (2)



Le oblience de la firante : [:3 = \frac{13}{6} l\_3 del éjercicio 6, P. 1,400-42. Condienos pues, haciendo la = a4

$$| \overline{f}_{1-2} | = \frac{\sqrt{3}}{6} \ell_3 = \frac{\sqrt{3}}{6} \alpha_4 = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \ell_{ee} = \frac{2\sqrt{18}}{18} \ell_{ee} = \frac{2\sqrt$$

$$= \frac{2 \times 3 \times \sqrt{2}}{18} \quad r_{ee}^{4} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad r_{ee}^{4}$$
(3)

bas formulas (1), (2), g (3), aplicadas al caso particular estudiado, nos dan los regnientes valores numéricos:

$$|a_4| = \frac{2\sqrt{6}}{3} \times f_{ee} = 1.63 29 93 16 2... \times 76.1 = 124.3 mm$$
 (1)

$$d'_{4} = \frac{2\sqrt{6}}{9} \times \log^{4} = 0.54433105 \dots \times 76.1 = 41.4 \text{ mm}$$
 (2)

La magnitud (3) mos permite efectuer la fijación de In récetices del tetracido conjugado, mediante su union material de la mismos a les puntos medios de las aristas del tetraedro generador.

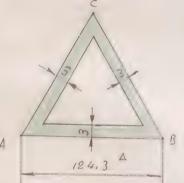


Para la construcción de este models, son necesarias las signientes piesas:

## A) TETRAEDRO GENERADOR DE CARAS VACIADAS

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 4 unidades

Lu formia q dimensiones re detallan en la figura !



PIEZA Nº 1 4 (u)

Figura 1

Figura 1

PIEZA Nº 2 UNIONES ADISTAS

6 unidades

Lu forma g dimensiones se détallan en la figura 2

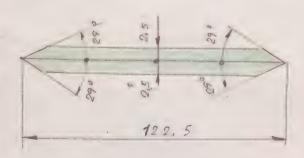


Figura ?

PIEZO Nº 2

6 (4)

Figura 2



B) TETRAEDRO CONJUGADO DE CARAS MACIZAS, CON PES-TANAS DE FIJACION DE SUS VERTICES A LOS PUNTOS MEDIOS DE LAS ARISTAS DEL TETRAEDRO GENERADOR

PIEZA Nº 3 CARAS LATERALES CON PESTAÑAS Ti-3 = 35,9 Pestaña a' = 41,4/

4 unidades

Lu forma o dimensiones se detallan en la figura 3 PIEZA Nº 3 4 (11) Figura 3

PIEZA NO 4 REFUERZO NORMAL CARAS LATERALES 4 unidades

Lu terma y dimensiones se detucen de las del trianquelo ABC de la figura 3, g se de tallan en la figura 4.

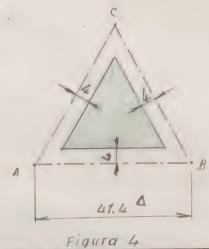


Figura 3

PIEZA NO 4 4 (u)

Figura 4

PIEZA Nº 5 CINIONES ILISTAL 6 unidades

Lu forma q dimensiones re detallan en la ligure 5

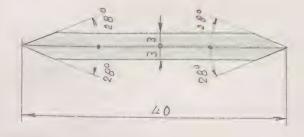


Figura 5

PIEZA Nº 5 6 (4)

Figura 5



### EIECHT DA

MODELO CORPÓREO DEL TETRAEDRO REGULAR CONVEXO, OBTENIDO POR TRUNCADURA DE VÉRTICES DE

UN TETRAEDRO REGULAR CONVEKO GENERADOR, DE

ARILTA "d" A LA DISTANCIA "  $\approx \frac{2}{3} d_4$ ", SIEN
DO "a" =  $\frac{1}{3}$  a" LA LONGITUD DE LA ARILTA

DEL TETRAEDRO GENERADO. - EL TETRAEDRO GE 
NERADO , SE CONSTRUÍRÁ CON LAS CARAS MACI
ZAS, Y EL GENERADOR CON LAS CARAS VACIADAS.

Radio de la espora cir cumerita al tetraedro çe-

r = 110 mm.



INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS SOBRE

POLIEDROS LEMI-REGULARES CONVEXOS, O

"POLIEDOOS ARQUIMEDIANOS"

CONTINUACIÓN DEL ESTUDIO PREVIO A

LA CONSTRUCCIÓN DE LOS MISMOS-PRO-

CESO DE TRUNCADURA DE VEDTICES EN LOS

POLIEDROS REGULARES CONVEXOS (LÁMI-NAS 1 A 5)



ENUNCIADO:

Continuación del estudio preiro a la construcción de los poliedros Arquimedianos. Proceso de obtención por el procedimiento de TRUN-CADURA DE VERTICES de los poliedros regulaces convescos.

Prosiquiendo el estudio imiciado en el modelo M-39,5 g continuado en el M-39.7, en los que hemos analisado ya las seis posiciones succeivas del plano cecante Ti a las distancias:

$$1^{\frac{1}{2}} POSICIÓN$$
  $0 < x < \frac{1}{3} a_4$   $(M-37,5)$  (1)

$$2^{9} \operatorname{Posicio'N} \qquad \qquad x = \frac{1}{3} d_{4} \qquad (M-39.5) \qquad (2)$$

$$\frac{3^{4}}{3}$$
 Posición  $\frac{1}{3}$   $\alpha_{4}$   $\langle z < \frac{1}{2} \alpha_{4} \rangle$   $(M-39.7)$  (3)

$$4^{\frac{d}{2}}$$
 posición  $x = \frac{1}{2} O_4$  (M-39.7) (4)

" 
$$\frac{5^{\circ}}{2}$$
 Posición  $\frac{1}{2}d_{4} < x < \frac{3}{5}d_{4}$  (M-39,7) (5)

$$6^{\frac{1}{2}}$$
 porición  $x = \frac{3}{5}$   $\alpha_4$   $(M-39.7)$   $(6)$ 

an auyas proiciones re estudiaron prima palmente las caracteaislicas germétricas del poliedro mi deo cometante de la



UNE A4 210 × 29

tourcadura de todos los mértices de un tetraedro regular comveses a la distancia variable "z", estudiamos a continuación la Posición 7º

# 3.7 74 POSICIÓN

POLIE DOD NÚCLEO RESULTANTE DE LA TRUNCADURA DE TODOS LOS VÉRTICES DE UN TETRA EDRO REGULAR CONVE-XO A LA DISTANCIA

$$\frac{3}{5} d_4 < \infty < \frac{2}{3} d_4 \qquad (7)$$

Partiendo de la perición 6° (figura 9) del plano recante To, observemos que al alejarre dido plano recante To del vir lice C, dentro de los limites (7), re verificará pues de formia análoga al estudio de la posición 5° (48 del ESTUDIO PREVIO modelo M-39,7)

La toumeadura de vértices de um tetra edro requ'en commerco, a la distancia \(\frac{3}{5}\) du \(\times \times \frac{2}{3}\) dy (condiscion (7) de la 7º POSICIÓN, da lugar a la formación, "ou las "cuatro caras del tetra edro gonena dor, de enatro trianguelos equiláteros TUV (figura 9), mendo su lado \(\frac{1}{3} = 2\) dy - 3\times (formula 7), y coincidente en baricentes 6 con el de la cara ABC.

2º El mismo plano recante TI, corta a los angulos



solidos del tetraedro generador, regim triangulos equilateros de lado "x" (figura 8) cuyos vértices quedan touncados a las distancias 57 = UR = 5L = 2x-94 (féemula 6), formándose en el plano recante TT, cuatros caras exagonales equiángulas T, U, M, N, P, Q cuyos lados menores TU, MN, PQ pou los lados (3 de los triangulos TUV (fig. 9), formados en las caras del tetraedro generador.

Las cuatro caras resenadas en el parrafo 1º, juntamente com las enatro resenadas en el 2º, forman
un polisdro ivregular converco, micho de la tenenca.
dura de vértias de un tetra edro regular converco, de
las riquientes cara eteristicas:

- 1) Cuatro caras triangulares regulares, de lado

  13 = 2a4 3 x, obtenidas sobre las caras del te
  trae dro generador
- 2) Cuatro caras exagonales oquiángulas, euvos lados menores, de longitud (3 = 2 a4 3 x son
  coincidentes con los lados de las caras (1)
- 3) Número de vértices  $V = \frac{1}{3} \times (4 \times 3 + 4 \times 6) = 12$  vértices
- Al Número de aristas  $A = \frac{1}{9} \times (4 \times 3 + 4 \times 6) = 18$  arietas



Como assumen de la expuesta en al parrafo 9.7, tendremos

#### RESUMEN

El poliedro resultante de la truncadura de todos los vértices de un tetraedro regular converso, a la distancia

$$\frac{3}{5} d_{\mu} \angle x \angle \frac{2}{3} d_{\mu} \qquad 7^{9} \text{ Posición}$$

es un polièdes irrègular convers de les signientes encacteristicas:

- 1) Número de caras triangulares = 4
- 2) Númeo de caras exagonales equiángulas = 4

TOTAL caras : 8

- 3) Número de vértices V = 12
- 4) Número de aristas A = 18

MODELO DE ESTA SÉPTIMA POSICIÓN

IN PROPERTY



## 3.8 8° Posición

POLIEDRO NÚCLEO RESULTANTE DE LA TRUNCADURA DE TODOS LOS VÉRTICES DE UN TETRAEDRO REGU-LOR CONVEXO, A LA DISTANCIA

$$x = \frac{2}{3} q_4 \tag{8}$$

Partiendo de la posicion 6º (figura 9) del plano 11cante (x = \frac{3}{4} du), at alijarre dicho plano del virtice C don Tro de la l'anière (7), estudermes les caractecirticas j forma del poliedro micleo resultante de la tourreadura de vértices des tetraedes regular convexo, en todas las posiciones intermédias que supossens in cluides en la POSICION 7º, sin llegar al limite superior de x = = du (POSICION 8º)

Al moverse el plano recante derde la POSICION 69 (x= 3 du), hacia la posicion limite (8º POSICION) en la que x = \frac{2}{3} d4, destacamos que las caras trian quileurs aquilares formade, sobre las raras del tetraedro generador y de lado la = 200 - 3x, outos lados van disminu you do de lourestud, convervandose coincidentes el basicentro G de diches triángulos, con el de la cara ABC comes pondiente.

L'investancemente les lades menores de las caras esca-



gomales equiangules, también de longitud le 20x-3x van disminuyou de de longitud, je pro la tanto les lades PN, MII, TQ mayores de diches escargones (fig. 8) van anmentando de longitud

Por comiquiente oscistiva una posición tal del plano recamte mióril en la que el lado la ma minimo (longitud cero), y en la que el escazorro equiángulo P, N, M, U, T, R, re transforma en un tricingulo equilático cuyo vértico, rean los centros de los actos de tricingulo rección de lado x.

El valor de la distancia x de esta humadura se obtiene de la formula (7)  $l_3 = 2a_4 - 3x$ , hacien do en alla  $l_3 = 0$ , con lo que tendremos:

 $0 = 2a_4 - 3x$  "  $2a_4 = 3x$  g finalmente

$$>c = \frac{2}{3} q_{4}$$
 (8)

ostos calculos justifican el limite superior (7) de la 7º POSICIÓN.

Quando la pricion del plano recante sea la determinada pr (8); las ocho caras que limitaban al poliedes micles resultante, re transforman en las cuatro recentes:



- a) Les cuatro caras trianquelas regulares, vituadas sobre las cuatro caras del tetraodro generados, re reducen a enalro puntos, evimendentes con los contros G de dichas saras.
- b) Las cuatro cares escagonales equiángulas, situadas en los planos secantes, se transferman un enatro triángulos equiláteros que tienen por verticas los puntos on edios del triángulo rección de la do "zo". El lado de dichos triángulos cerá pues

$$|l_3| = \frac{2}{3} q_4 : 2 = \frac{1}{3} q_4$$

Por conversion te el policido mideo resultante des pues de la transcadura de vérties de un tetraedro requelar converso, a la distancia  $x = \frac{2}{3} d_4$ , es otro tetraadro regular converso conjugado con el primero (los mertices del tetraedro generado, son los centros de la caras del generador), y de arista  $d'_4 = \frac{1}{3} d_4$ .

Como resimen de la expuesto en este parriafo 3,8, tendreanos:

RESUMEN



mertices de un tetrandes regular commerce, a la distancia

oc = 
$$\frac{2}{3}$$
 dy  $9^q$  posición

es un tetra edro regular comiverco, conjugado del tetraedro generador cuyo virtires son lo centro de las caens de este, y de arista  $d' = \frac{1}{3} du$ 

De la esepuesto anteriormente podemos establecer la signiente proporicion; resultado de la trumcabura en la 9º POSICIÓN

El TETRAEDRO REGULAR CONVEXO puede ser engenerado por la truncadura de vértices de otro tetraedro regular convexo, a la distancia  $x = \frac{2}{3} a_{\mu}$ , siendo la longitud  $a_{\mu}$  del tetraedro gonerado, la de  $a' = \frac{1}{3} a_{\mu}$ 

3,9 " 9ª Posición

POLIEDRO NÚCLEO RESULTANTE DE LA TRUNCADURA DE TODOS LOS VÉRTICES DE UN TETRAEDRO REGULAR CON-



$$\frac{a}{3} d_4 < \infty \leq d_4$$

Partiendo de la posicion 8° del plano resaute (2, 2 d4), al dejarse dicho plano del printice C dentro de la licomiter (8), les caracteristicas of forma del policolro micleo cesultante de la fruncadura de virtices del totraedro requitar convexo, en todas les princiones intermedias, definidas par la condicion (9), es ignal al de la principi (8), es decir, un tetraedro regular convexo, cuya ariste va disonimyendo progresivamente hasta desaparecer en la principi limite x = d4

### 3.10 CONCLUSIONES

Combinado en el M-39,7 y toronimado en este M-6.2 en el que he mos analizados todas las preiciones su cerivas del plano recante II en el proceso de TRUNCADURA DE VERTICES del tetra edes regular converco, determinadas por la distancia "x" que fija didas preiciones, que son la riquientes:

$$0 < \infty < \frac{1}{3} a_4$$

$$(M-39,5)$$

(1)

$$x = \frac{1}{3} Q_4$$



Modelo M. 6.2

$$\frac{1}{3} d_4 < \infty < \frac{1}{2} d_4$$

$$x = \frac{1}{2} \alpha_4$$

$$\frac{1}{2} \alpha_{\mu} < \infty < \frac{3}{5} \alpha_{\mu}$$

$$(M-39.7)$$

$$x = \frac{3}{5} a_4$$

$$\frac{3}{5} d_{4} < x < \frac{2}{3} d_{4}$$

$$x = \frac{2}{3} d_4$$

$$\frac{2}{3} d_{4} < x \leq d_{4}.$$

Les conceptes establecides en el parafo 3.8, y recumidos a an final, our permite la constanccion de este models M-6.2, que a continuación estudiamos







#### ENUNCIADO EQUIVALENTE

ELECTION.

MODE LO CORPÓREO DEL TETRAEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE OTRO TETRAEDO RE-

GULAR CONVEXO (GENERADOR), CHANDO LOS

VERTICES DEL PRIMERO, SON LOS CENTROS DE

LAS CARAS DEL SEGUNDO. - EL TETRAEDRO GE-

NERADO LE CONSTRUIRÀ CON SUS CARAS MA-

CIZAS, Y EL GENERADOR, CON SUS CARAS

VACIA DAJ.

Padis de le espera circumenita al tetraedro semerador:

Tec = 110 m m.



ENUNCIA DO :

Courtain el model s corpónes de tetraedro requellar converso, compagado de otro tetraedro regular converso (generador) riendo los vértices del primero, los centros de las caras tel regundo. - El tetraedro generado, re construirá com em caras macisas, y el generador con sus caras vacadas.

DATO LÍNICO DE ESTE EJERCICIO:

Tec = Dadio de le espera circumerite al tetraedro genevador:

Tee = 110 m m

Este modelo puede consideranse como una variante del modelo M-6.1, de ignal forana, pero de mayor tamaño, por ser tec = 110 m m > 76.1 m m.

En stra parte, este models puede un sternido de forma diferente al emunciado dado, considerando el estudio cealirado en el modelo M-39.7, referente a la obtención de diversos poliedros obtenidos por trumeadura de vértices de un tetraedro regular converco, uno de los enales es idéntico al planteado en este ejencicio.

7: (hoja 12 del modelo M-39.7) enya proposición repetimos:

UNE A4 210 ;



"il tetraedro regular converco, puede ser engendrado por la truncadura de vertece, a ción trias do regular converco, cuando el plano recante pare por tres puentos equidir tantes de cada pertice, a la distancia  $\frac{2}{3}$  du, siendo la linguistica de la auste  $\alpha'_{ij}$  del tetraedro gonerado, la de  $\alpha'_{ij} = \frac{1}{3}$  du."

til tetraedro en gendrado tiene sus vértices en los centres de las caras triangulares regulares del tetraedro generador.

blecer un meso emuciado al problema plantado, bajo el mueso enfoque del ejercicio actual, y que es el rigniente:

NUEVO ENUNCIADO: Construir el modelo eorponeo del tetraedro regular comverco, compagado de obro tetraedro regular comverco (generador) collendo sor truncadara de verticas del tetraedro que en pare por tres puntos equidistantes ple cada vértice, a la distancia  $\frac{2}{3}$  au, riendo la longitud de la arista a'4 del tetraedro generado, la de d'4 =  $\frac{1}{3}$  au

ten esta muera construcción, ekduaremos otra forma de fi-

Wares Mays 1980



jacion del tetraedes generads en el interior del tetraedes gemerador.

Pous el tetraedro conjugado generado, ha de cealicarse con las caras macicas, y el tetraedro generador, con sus caras vaciadas, para poder silvar en su posición correcta este sillimo, construiremos sobre las cuatro caras trianquelars regulares del mencionado tetraedro conjugado, otras tantas pirámides cectas regulares trianquelares y auscilians, de caras vaciadas, cuyos révices rervirais de apoyo a lo cuatro del tetraedro generador.

Previamente étéduarement les ca'écriles de longitudes signientes:

1) Arista "a, tetraedro generador

In valor es 
$$a_4 = \frac{2\sqrt{6}}{3} c_{ee}$$
 (1)

( ver formula (1) de ejercicio M-6.1)

2) Arista "a'u" del tetraedro conjugado

(ver formula (2) del ejercicio M-6.1)



3) Radio [c-3 de la circunferencia circunscrita al triángulo regular de una cara ant letracaro conjugado.

4) Radio "sei" de la esfera inscrita al tetraedro conjugado.

$$\left| \int_{e_{1}}^{4} \right| = \frac{\sqrt{6}}{12} \times a_{4}' = \frac{\sqrt{6}}{12} \times \frac{2\sqrt{6}}{9} \times \int_{e_{1}}^{4} = \frac{6}{54} \int_{e_{2}}^{4} = \frac{1}{9} \int_{e_{1}}^{4} \left( \int_{e_{2}}^{4} \left( \int_{e_{1}}^{4} \left( \int$$

5) Altura "h<sub>3</sub>" de las piramides auxiliares, rectas, triongulares, regulares.

Le obtiene como diferencia del radio Tec de la esfera



radio 14 (ver foramla (4)). - Ari pues, tendremes:

$$\begin{vmatrix} b_3 \end{vmatrix} = \lceil \epsilon_e - \lceil \frac{4}{e^i} \rceil = \lceil \epsilon_e - \frac{1}{q} \rceil \lceil \epsilon_e \rceil = \left( 1 - \frac{1}{q} \right) \lceil \epsilon_e \rceil = \left( \frac{8}{q} \rceil \lceil \epsilon_e \rceil \right)$$
 (5)

6) Arista "az" de las pirámides triangulares rectas, auxiliares

Lu valor es el de la hipoternesa de une trianquelo rectair: guelo niendo sus extetos, uno la altura  $h_3 = \frac{8}{9} \int_{e^+}^{4}$  (ver forainta 5), g el otro exteto el radio  $\int_{c-3}^{c} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \int_{e^+}^{4}$  (men Viranula 3). - Ari pues, tendremos:

$$|a_{3}| = ||(b_{3})^{2}| + ||f_{c,3}||^{2} = ||(\frac{8}{9} ||f_{ec}||^{2})^{2} + ||(\frac{2 \sqrt{62}}{9} ||f_{ec}||^{2})^{2} + ||(\frac{8}{9})^{2}| + ||(\frac{8}{$$

$$a_3 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \int_{ee}^{\sqrt{2}} de^{-\sqrt{2}} de^{-\sqrt{2}}$$

bas magnitudes nocesaries para la construccioni de este modelo, re deducen de las foranulas (1), (2) f(6), para f(6) = 110, Lus valores, son:



1) Anista del tetraedro generador: (10 mm le 1)

2) Ariste del tetra edro conjugado: (formula 2)

3) Arista de las piramides triangulares ausciliares: (forameles 6)

$$a_3 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \int_{e_c}^{4} = 0.94 \times 2809041... \times 110^{2} \times 103.7 \text{ m m}$$

Para la construcción de este modelo, son mecararias las signientes piesas:

A) TETRAEDO REGULAR CONVEXO, GENERADOR, DE CARAS
VACIADAS.

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 4 unidades

Ignales a la piosa nº 1 del modelo M. 1,102

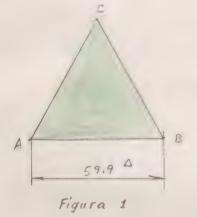
PIEZA Nº2 UNIONES ADISTAS 6 unidades,



B) TETRAEDRO REGULAR CONVEXO CONJUGADO, DE CARAS
MACIZAS

PIEZA Nº 3 CARAS LATERALES 4 unidades

Lu forma j dimensiones se de tallan en la figura 1



PIEZA 1103 4 (u)

Figura 1

PIEZA Nº 4 REFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CA-RAS LATERALES 4 unidades

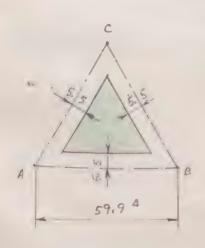


Figura 2

Lu sorma p dimensiones se deducen de las del triángulo ABC de la figura s, poe detallan en la figurva 2

PIEZD Nº 4 4(4).

E A4.210 × 297



PIEZA Nº5 CINIONES ARISTAS

6 cinidades

Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 3

PIEZA Nº 5 6 (4)

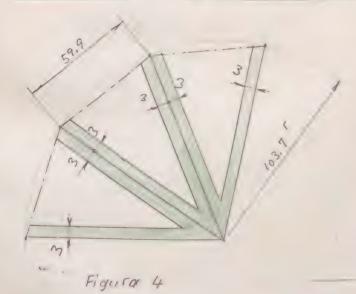
Figura 3

Figura 3

C) PIRÁMIDES AUXILIARES, REGULARES, TRIANGULARES, DE CARAS VACIADAS.

PIEZA Nº6 DESARROLLO LATERAL

4 unidades



PIEZA Nº 6

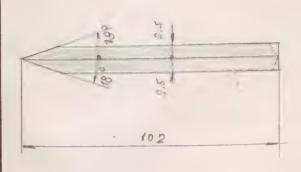
4(4)

Figura 4

PIEZA Nº 7 UNIONES ARISTAS 12 unidades

Lu forma j domensiones se de tallan en la figura E





PIEZA Nº 7

12 (u)

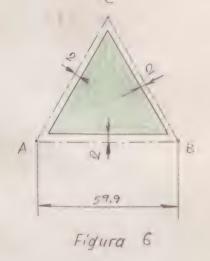
Figura 5

Figura 5

PIEZA NO 8 PORRO COLOCENDO EN CALES LATELLES

TETRAED RO CONJUGADO La unidades

Lu forma q dimensiones se deducen de las del trianquelo ABC de la figura 1, y se détallan en le figura 6

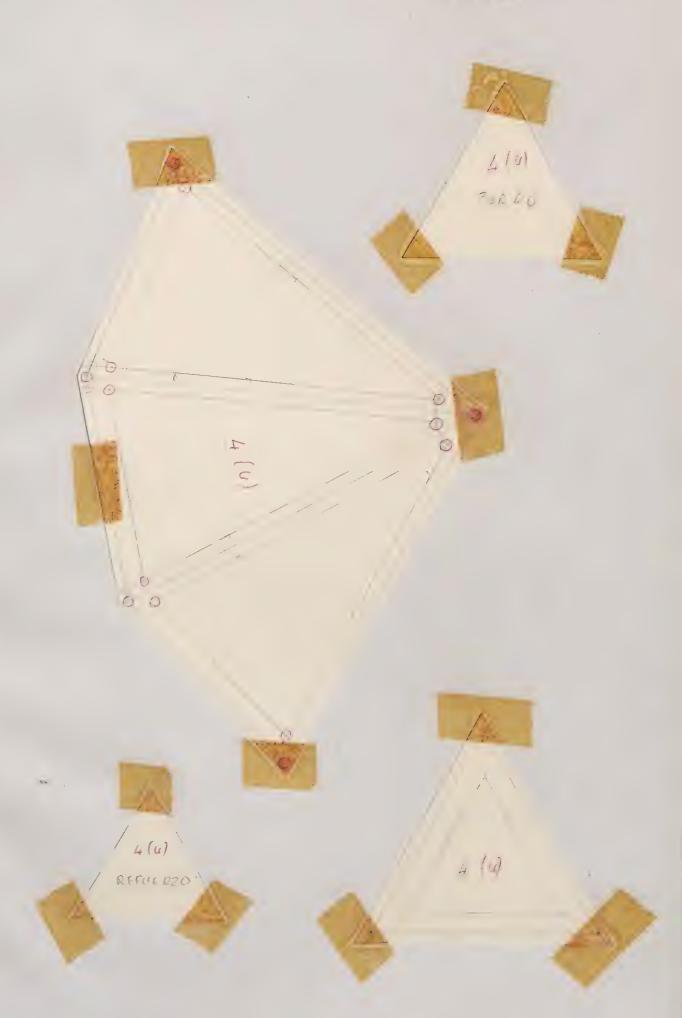


PIEZO NO 8

4 (4)

Figura 6







## C ATHE BLE

MODELO CORPÓREO DE LA SERIE DE TETRAE-

DROS REGULARES CONVEXOS" P1; P2; P3; P4;

.... P' (n = 1, 2, 3, 4 ....) CONJUGADOS DE UN

TETRAEDRO REGULAR CONVEXO P4, EN LOS

CUALES LOS VÉRTICES DE LOS TETRAEDROS EN-

GENDRADOS P4; P4; P4; P4; .... P, (n=1,2,3,4...),

SON LOS CENTROS DE LAS CARAS DEL ANTERIOR.

Radio de la esfera circunscrita al poliedro

" converco generador P4 (tetraedro regular):

Tee = 110 m m.



de las caras del auterior.

DATO LINICO DE ESTE EJERCICIO:

Sec = Radio de la esfera circums crita al priindro converco generador P4 (tetraedro regular)

Tee = 110 m. m.

## 1) GENERALIDADES

Li comideramos un poticidos regular comverco P4. (I tetraedos regular) de arista cualquiera Q4, 7 unimos los centros "6" le cada cara, con los centros delego caras contiguas que concurren en cada uma de aus aristes, re mos fermará um mueso tetraedos requien comuesco P4 enyos mérties estarán en los mencionados centros "6" de tetraedos generados P4. El tetrae-do en que diado P4, rará pues "conjugado" del

UNE A4-210 × 2

Milane.

Mayo 19x1



tetrardro generador P4.

li repetimos la operación anterior, remiendo los centros de las caras del tetraredro P? obtendremos otro muedo tetra edro aegular convesco P,, curyo vértices esteran aitua dos a au vez en les centros G de las caras del P4; 7 ari nucerivamente pueden obtenerse la tetraedra ?;  $P_{\mu}^{\mu} - P_{\mu}^{n} = 1, 2, 3, \mu - \dots$ 

bodo esto poliedros commercos (tetra edros regulares, P', P2, --- P", junto con el primitivo P4, forman una revie de tetraedros

$$S = P_4; P_4; P_4; P_4; \dots P_4$$
 (1)

todos conjugados entre si que que aristas suceriras disminuyendo progracivamente. Los poliedros de la serie S, son pues remejantes.

## RELACIONES MÉTRICAS

En la construcción del modelo M-6.2, homos obtené. do les pignientes for mulas:

1) Asista "dy" del tetraedro generados Py Iver loz. mula 1) de dicho ejercicio):

1 tan leci:

(2)



UNE A4 210 x

2) Arista "di del tetraedro confligado (men formula e) del ejercicio M-6,2)

$$Q_{4}^{\prime} = \frac{2\sqrt{6}}{9} I_{e_{e}}^{4}$$
 (3)

ba relación entre las magnitudes lineales de (3), (2) rerá pues:

$$|\alpha'_{4}:\alpha_{4}| = \frac{2\sqrt{6}}{9} \int_{e_{e}}^{4} : \frac{2\sqrt{6}}{3} \int_{e_{e}}^{4} = \frac{1}{3}$$
 (4)

Como los tetraedros aegulares de la ferie S (firm. 1)

sem todos remejantes entre ri, aus respectivas magnitudes lineales, auperficiales o culcicas. (excepto las amquilares), main proporcionales, por lo que aus correspon dientes valores particulares, foramarán una propresión geomitica de ración \frac{1}{3} en las magnitudes limeales; \begin{aligned}
\( \frac{1}{3} \end{aligned}
\) en las auperficiales \( \frac{1}{3} \end{aligned}
\) en las cubicas \( \frac{1}{3} \end{aligned}
\) en las cubi

Esta propiedad our permite calcular ca' sidamente las majoristudes de malquier tetraedro P", de la serie(i) en funcion de les del totraedro generador Pn, an pues. To como cides, que que cade our a de elles g ans hornologas forman una cerie geometrica indefinida



que consta de "n" téremino, siendo "o" su primer téremino; "V" su razón; f z=av" d' el iltimo términos. Le magnitudes l'imeales; de  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$  en el de las ruperficiales f de  $\left(\frac{1}{3}\right)^3$  en les oribreas.

la midad (1) < (3) < (1) < 1 todas ellas som devercientes, por lo que la suma total de aus "n" tèrminos se aprosciona cada vec mais a un valor determento, la que de la firmite". Este valor dimente, sera de la firmite " Es a veca de veca para de la firmita de la percial " E = a ver " " " para el calculo de la suma de terminos de una progración geomotrica mando n > so. I termino de un cuenta que la potencia infinita de un mimero menor que la umidad, es cero, podeanos deducir que

$$\left| \Sigma \right| = \lim_{N \to \infty} \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N-1}} = \frac{a \times (0-1)}{\sqrt{N-1}} = \frac{-a}{\sqrt{N-1}} = \frac{a}{\sqrt{N-1}} =$$

## 3) CONSTRUCCION DEL MODELO PROPUESTO

les tres primeres tetraedres regulares de la serie (1), que son les l'4; l'4 g l'4.

UNE A4 210 × 2

Calvares Mayo 1981



Vara la constancción de este modelo, cuya piesas, dimennomes j cálculo de longitudes realizamos a continuación, con necesarias las signientes piesas:

A) TETRAEDRO REGULAR CONVEXO GENERADOR P4, DE CARAS VACIADAS

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES

4 unidades

A 1) Arista "di" del tetrae dro generador.

Lu valor ne deduce de la foramela (1) obtenida en el ejercicio M-6.1.

$$O_4 = \frac{2\sqrt{6}}{3} \int_{e_e}^{e_e}$$
 (3)

r haciendo se = 110, ten drem s

 $a_4 = \frac{2\sqrt{6}}{3}$   $e_e^4 = \frac{2\sqrt{6}}{3} \times 110 = 1.63$  29 93  $e_e^4 = \frac{2\sqrt{6}}{3} \times 110 = 1.79,6$  mm



Modelo M-6.3 Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 1 PIEZA Nº L 4 (4) Figura 1 179.6 Figura 1 PIEZA Nº 2 UNIONES ARISTAS 6 unidades Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 2 PIEZA Nº 2 6(U) Figura 2 178 Figura 2 TETRAEDRO REGULAR CONVEXO P4, CONJUGADO DEL B)

PH, DE CORAS VACIADAS.

PIEZA Nº 3 CARAS SUPERFICIALES 4 unidades 81). Arista "a'," del tetraedro P'

Como consecuencia de la expuesto en el parrafo 1), má:

Marez Mayo 1981



0'4 = 1 d4; on la que sustituiremos. d4 por en valor (ver for mula 2), por la que serà:

$$\left| 0'_{4} \right| = \frac{1}{3} \quad \alpha_{4} = \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \quad \text{fec} = \left| \frac{2\sqrt{6}}{9} \quad \text{fec} \right|$$
 (6)

q haciendo Tec = 110, tendremos.

$$|a'_{4}| = \frac{2\sqrt{6}}{9} \times 110^{-2} = 0.54 + 63 + 31 + 05 + 6... \times 110^{-2} = 59.9 + mm$$

Lu forma q dimensiones, re detallan en la figura 3

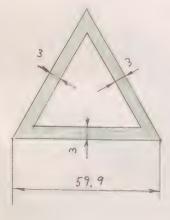


Figura 3

PIEZA Nº 3

4 (4)

Figura 3

PIEZA NO 4 UNIONES ARISTAS

6 unidades

Lu forma q dimensiones, ce détallan en la figura 4

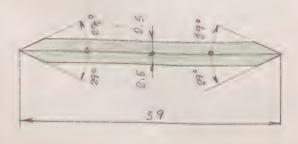


Figura 4

PIEZA Nº 4

6 (u)

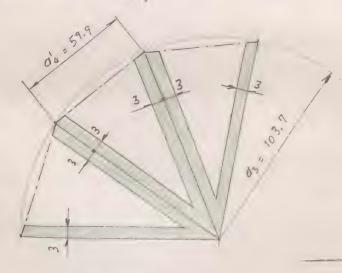
Figura 4



B2 FIJACIÓN BEL TETODELLO CONJUGADO Pª, AL TE-TOAEDOO GENERADOR Pu

PIEZA Nº 5 DESARROLLO LATERAL DE LAS PIRÁMIDES AU-XILIARES REGULARES, RECTAS, TRIANGULARES, DE CARAS VACIADAS 4 UNIDADES

Lu forma q dimensiones son ignales a les de la piera mº 6, figura 4, del modelo M-6.2, q se deta-



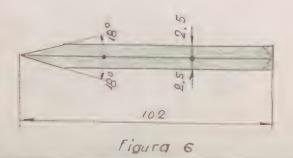
 $d_3 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \int_{e_2}^{e_2} = 0.94 28 09 04 1... \times 110 = 103.7 \text{ mm}$ 

PIEZA Nº 5
4(U)
Figura 5

Figura 5

PIEZA Nº 6 UNIONES ARISTAS DEL DESARROLLO ANTERIOR 12 unidades.

Lu forme .. J'écomensiones se détallan en la figura 6



PIEZA Nº 6

12 (u)

Figura 6



C) TETRAEDRO REGULAR CONVEXO, P4, CONJUGADO DEL P1, DE CARAS MACIZAS.

PIEZA Nº 7 CARAS SUPERFICALES

4 unidades

(1) Arista a" del Totraedro P2

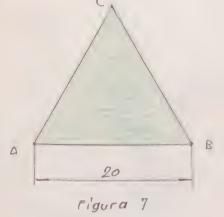
Como consecuencia de la esepuesto en el parrado 1), rera:

$$a_{4}^{"} = \frac{1}{3} a_{4}^{"} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} a_{4} = \frac{1}{9} a_{L} = \frac{1}{9} \times \frac{216}{3} \epsilon_{e}^{"} = \frac{2\sqrt{6}}{27} \epsilon_{ec}^{"}$$

9 de agui:

$$Q''_{4} = \frac{2\sqrt{6}}{27} \times 1/0 \stackrel{\sim}{=} 0, 18/4 + 43 + 68 + 5... \times 1/0 \stackrel{\sim}{=} 20 \text{ mm}$$

Lu forma j dimensiones se detallan en la figura 7



PIEZA NO 7

4 (u)

Figura 7

PIEZA Nº 8 " UNIONES ARISTAS

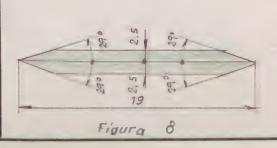
6 cinidades

Lu forme à dimensiones

Rédélan en la journe 8

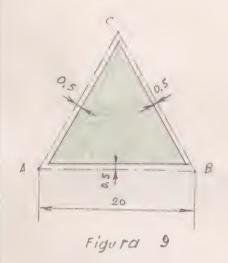
PIEZA Nº 8 6 (4)

figura 8





PIEZA Nº 9 FORRO COLOREADO 4 Unidades



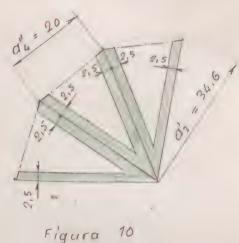
Lu forma g domenciones se deducen de les del trianquelo ABC de la fignera 7, g ce ketallan en la figura 9

> DIEZA NO 9 4 (4) Figura 9

(2) FIJACIÓN DEL TETRAEDRO CONJUGADO Pº, AL TE-TRADRO P1

PIEZA Nº 10 DESA DOO LLO LATERAL DE LAS PIRAMIDES AU-XILIARES REGULARES, RECTAS, TRIANGULARES, DE CARAS VACIADAS 4 unidades

Arista q' de las pirâmides auxiliares



Como conse cuencia de lo esepuesto en el parado 1), resa:

$$|a_3'| = \frac{1}{3} a_3 = \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ fee} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{9} \text{ fee} = 0.31 42 69 680... \times 110^{\frac{1}{2}}$$

$$= |34.6 \text{ m m}|$$

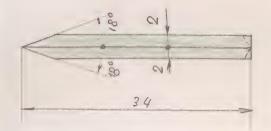
ba jorner j d'unecciones de la presa nº 10, re detallan en la firma 10



PIEZA Nº 11 UNIONES ADISTAS DEL DESARROLLO ANTERIOR

12 unidades

Lu forma q dimensiones de detallan en la figura 11



PIEZA Nº 11 12 (u) Figura 11

Figura 11

allVares

Mayo 1981





PURCHER!

MODELO CORPÓREO DEL OCTAEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE LIN EXAEDRO REGULAR

LAD CONVEXO, GENERADOR, FIENDO LOS VÉRTICES

DEL PRIMERO, LOS CENTROS DE LAS CARAS DEL

JEGUNDO.- EL EXAEDRO GENERADOR SEDÍS DE

CARAS VACIADAS, Y. EL DOTAEDRO GENERADO,

DE CARAS MACIZAS.

Radio de la esfera circumscrita al escae.

des generador:

Γ<sub>ec</sub> = 76.1 m m.



Fambien obtunimos en los mencionados ejercicios que las magnitudes de los poliedros conjugados, en función de las de los respectivos poliedros generadores, cuejos valores mos rervirán para la construeción de los modelos correspondientes.

Para la construccioni de este model. (M-7.1), calculare en sprovia mente las réguientes magnitudes, en funcioni del nimico da lo del problema (radio 16 de la estera circums orità al escadro generador.

## 1) - Arista "do" dol exaedro generador

Le obtience de la formula " 56 =  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   $\frac{\sqrt{6}}{7}$ , deducida en el ejercicio G.E. 1°--- .- Lamina 2; des pejando en ella  $\frac{\sqrt{6}}{7}$ , de drema pues:

2). - Arista "az" del cetaodro conjugado

Le obtient de la formula  $q_8 = \frac{f_2}{2} q_6$ , deducida en el éjorcicio G.E.  $n^0$ ...-Lámina 7. Eendrems knes:



$$|a_8| = \frac{\sqrt{2}}{2} a_6 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times r_{ee}^6 = \frac{\sqrt{6}}{3} r_{ee}^6$$
 (2)

3) - Padio "Ti-4" de la circunferencia inscrita al cuadrado de una cara del exaedro generador.

Le obtience de la formula 1.4 = 1/2 lu des ejercicio G.P. 1.400-43. Condrevues pues, haciendo ly = 04 9 aux-tigendo el valor de (4)

$$|r_{1-4}| = \frac{1}{2} q_6 = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times r_{ee} = \frac{\sqrt{3}}{3} r_{ee}$$
 (3)

Las Joannelas (1), (2) g (3), aplicadas al caso particular estudido, mos dan los requientes valores mumiestos.

$$\boxed{a_6} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \Gamma_{ee} = 1.154700539...76.1 = 87.9 mm$$

$$a_8 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{e_c} \approx 0.816496581... \times 76.1 \approx 62.1 m, n$$

La magnitud (3) mos permile efectuar la fijación de los restices de octaedro conjugado, mediante su unión material de los mismos a los puntos medios de las aristas de exaedro generados



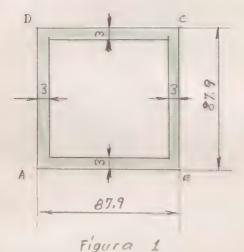
Para la construccion de este modelo, son necesarias las signientes piesas:

## A) EXAEDRO GENERADOR DE CARAS VACIADAS

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES

6 unidades

Lu forma q dimensiones se detallan en la figura 1.



PIEZA Nº 1 6(4)

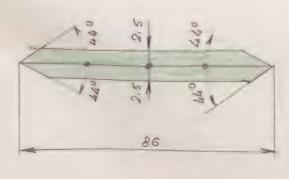
Figura 1

PIEZA NO2

UNIONES ARISTAS

12 unidades

Lu jorma j dimensiones se detallan en la figura 2

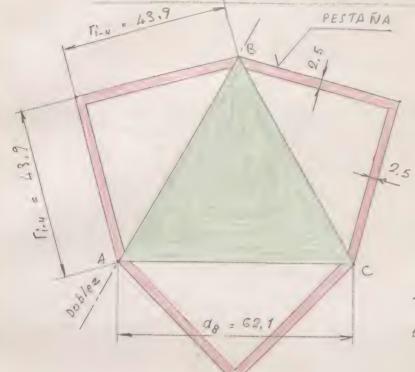


Pigura 2

12 (u)

Figura 2





PIEZA Nº 3 B(u)

CARAS LATERA LES

Lu forma d'imensiones re detallan en la figura 3.

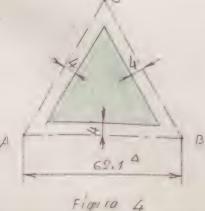
figura 3

Figura 3 8 (c)

PIEZA Nº 4 REFUERZO NORMAL CARAS LATERALES

8 unidades

Lu forma p dinnensiones ce deducen de les del trian quels ABC, le la figure 3, y re détallan en la figura 4



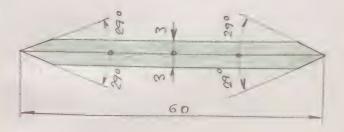
PIEZA Nº 4 8(a)

Figura 4



PIEZA NOS UNIONES ADISTAS 12 unidades

Lu jorne p de seu de la lan en la figura 5



Flgura 5

PIEZA Nº 5

12 (4)

Figura 5



23 // 0

MODELO CORPÓDEO DEL OCTAEDRO REGULAR CONVEXO, 
OBTENIDO POR TRUNCADURA DE VÉRTICES DE UN EXAEDEO RESULAR CONVEXO GENERADOR, DE ARISTA

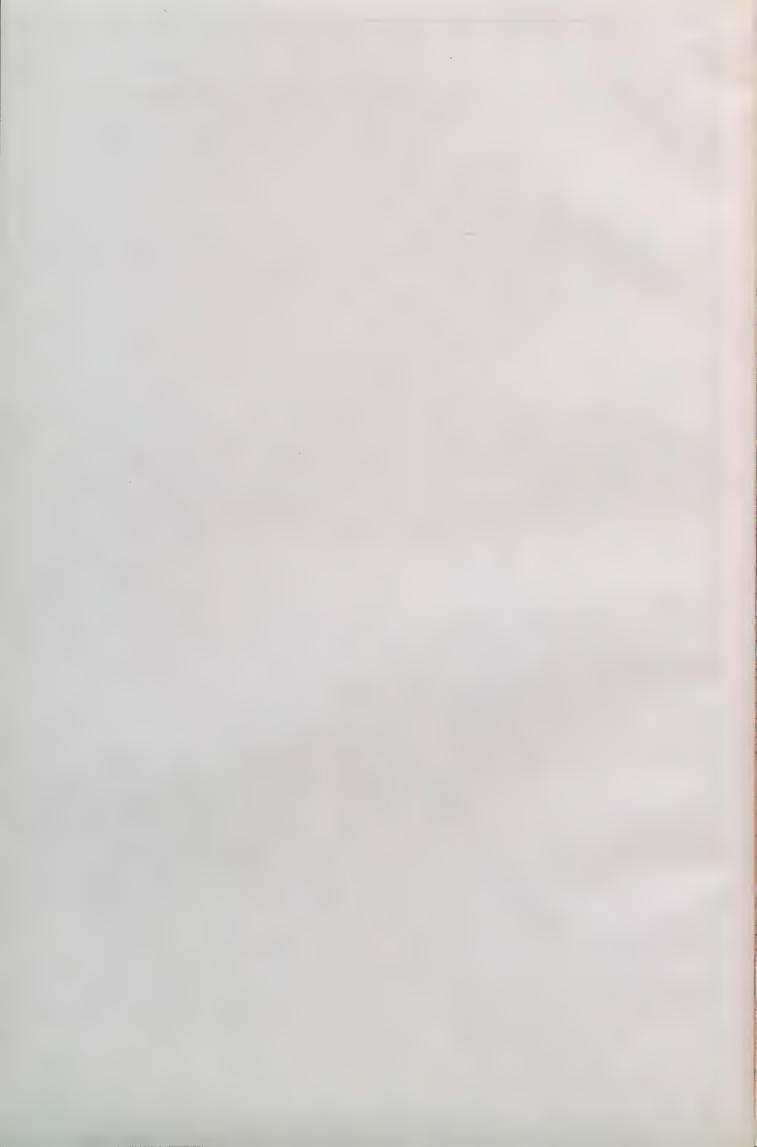
" $a_e^{"}$ , a La distancia " $x = a_e^{"}$ , Jiendo La

Longitud " $a_8^{"}$ " Del octaedro Generado, se

Construir a con Las Caras Macizas, y el exae
DRO GENERADOR, CON LAS CARAS VACIADAS.

Radio de la esfera circumscrite al exactro gene-

F = 110 m m.



## ENUNCIADO EQUIVALENTE

F FORTH

MODELO CORPÓREO DEL OCTAEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE UN EXAEDOD RE -

GULAR CONVEXO, GENERADOR, CHANDO

LOS VÉRTICES DEL PRIMERO, SON LOS CEN-

TROS DE LAS CARAS DEL SEGUNDO. - EL E-

XAEDRO GENERADOR SE CONSTRUIRÁ CON SUS

CARAS VACIADAS, Y EL OCTAEDRO GENERA-

DO, CON SUP CADAS MACIZAS.

Dadio de la esfora incumscrite al escaldro genera dor:

r = 110 mm



UNE A4 210 x 297

ENUNCIADO: Constauir el modelo eori poreo de un odaedro re.

quelar convexo, con jugado de un exaedro requelar convexo gonerador, cuando los mérticas del primero, son los centros de las caras
del segundo. El escaedro generador se cons.

Tenira' con sus caras raciadas, y el actaedro
generado, con sus caras macidas.

DATO UNICO DE ESTE ELERCICIO:

soc = Radio de la espera circumsorità al escado gemerador

Ente models puede considerarse como una variante del models M-7.1, de igual forma, pero de mayor tamaño, por ser se se = 110 mm > 76,1 mm.

Al mismo tiempo, este models puede ser obtenido de forma distinta al del emerciado dado, tenien.

Ro presente el estudio realizado en el modelo M-39.7, en el que se destacó la posibilidad de obtención de algunos poliedos arquimedianos, por el proceso de tourcadura de vértices de los cimeo poliodes regula-

Theore Out o 198



Para el caso particular de este moblo, podemos emun. ciar la signiente proporición:

"El ochse dro acquelar converco, puede ser sugendrado por la temmeadura de vértices de un oscaedro regular convesco, myo plano recarite pare por el centro
"G" de las tres caras cuadradas correspondientes a cade
uno de sus reis nértices, definido tambien pre la tres
punto equidistantes de cada avertice, sobre las tres anitas
concentrientes en él 9 a la distancia del mismo
se = 96, recudo 96 la aresta del exaedro que crador.
La longe la d' de la aresta del exaedro que crador.
do erá o's = \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{0}6"



Como consecució de la expuesto auteriormente, podomos establecer un muesto enunciado al problema planteado en este ejercicio, bajo el amero enfoque del mismo, y que es el rigniente:

tan esta mueva construcción, efectuaremes otra forma « le fijación al escaedos generados, del octae. do engendrado en su interior.

Como al octardo generado ha de construirse con sus caras macisas, j el escardo generados, con sus caras vaciadas, para poder situas en su posición co-

UNE A4 210 x 2

Calvarez Julio 1980



pulares del mencionado ostaedro conjugado, otras tantas pira mides cedas regulares triangulares ausciliares, de caras vaciadas, enyo virtues urvirán de apoyo a los odos del escaedro generados.

Previancente efectuaremes la calculo de longitude, signientes:

1) - Arista "as" del exaedro generodor

Lu valor es: 
$$a_6 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{c_6}$$

(ver sørmula (1) del ejorcicio M. 7.1

2) - Arista "a's" del octae dro conjugado

Lu valor es: 
$$q_8' = \frac{\sqrt{6}}{3} r_{ec}$$
 (2)

(ver formules (2) del ejercicio: M-7.1)

3), - Radio "To.3" de la circunferencia circunscrita d.

†riángulo regular de una cara del octaedro conjugado

fe deliene de la firemula (c.3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell\_3 del ejercicio



Lu valor será pues:

$$\int_{C-2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \int_{ec}^{6} = \frac{\sqrt{18}}{9} \int_{ec}^{6} = \frac{3\sqrt{2}}{9} \int_{ec}^{6} = \frac{1\sqrt{2}}{3} \int_{ec}^{6}$$
(3)

1). - Radio " rei " de la esfera inscrita al octaedro conjugado.

Did s radio se obtuvo en el ejercicio G.E. nº...-láming 3, en función de su arista. La valor es  $\frac{V_6}{6} \times \alpha_8'$ , siendo  $\alpha_8' = \frac{V_6}{3} \cdot \frac{6}{16}$  ( ver formula (2)). Así suas, tendremos:

$$r_{ei}^{8'} = \frac{\sqrt{6}}{6} \cdot \alpha_{8}^{\prime} = \frac{\sqrt{6}}{6} \times \frac{\sqrt{6}}{3} + r_{ee}^{\prime} = \frac{6}{18} - r_{ee}^{\prime} = \frac{1}{3} r_{ee}^{\prime}$$
 (4)

5).- Altura "h," de las pirámides auxiliares, roctas, trian-

Le obtiene como diferencia del nadio se de la esfera cincumscrita al escaedro generador (dato del ejercicio), 9 del radio sei (fóramela 4). - Ari pues, tendremos:

$$|h_3| = |\Gamma_{ec}|^6 - |\Gamma_{ec}|^8 = |\Gamma_{ee}|^6 - |\frac{1}{3}|\Gamma_{ee}|^6 = |\frac{2}{3}|\Gamma_{ee}|^6$$



6).- Arista "az" de las pirámides triangulares rectas, auxi-

for valor es el de la hipoteanesa de un triángulo rectanquelo, aiendo sos catetos: Uno, la altera  $h_3 = \frac{2}{3} \int_{e_c}^{6}$ (ver forameta 5), g el otro, el radio  $f_{c-3} = \frac{\sqrt{2}}{3} \int_{e_c}^{6}$  (ver forameta 3). Soi pues tendremos.

$$|a_3| = \sqrt{(h_3)^2 + (r_{c-3})^2} = \sqrt{(\frac{2}{3} r_{ee})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{3} r_{ee})^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2}{9} r_{ee}} =$$

$$=\sqrt{\frac{6}{9}}$$
  $\sqrt{\frac{6}{9}}$   $\sqrt{$ 

$$[a_3 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot e_c]$$
 (6)

Las magnitudes necesarias para la constaucción do este modelo, re deducen de las formulas (1), (2) 2 (6). Para Tec = 110 mm, rus valores son:

1) Arista 106 del esca edro genera doz: (fóramela 1).

$$d_6 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \int_{e_c}^{6} = 1.154700539...\times 110 = 127 mm$$

2) Arista a's del octaedro comjugado: (formula 2)



las signientes pieras:

A) EXAEDRO REGULAR CONVEXO GENERADOR, DE CARAS VA-CIADAS.

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 6 unidades

Ignales « la piesa me 1 del modelo M-2,102

PIEZA Nº 2 UNIONES ARISTAS 12 unidades

Ignales a la piesa nº 2 del modelo M-2.102.

B) OCTAEDRO REGULAR CONVEXO, CONJUGADO, DE CARAS
MACIZAS.



PIEZA Nº3 CARAS LATERALES . 8 unidades

Lu Jacoma y dionensiones se détallan en la figura !

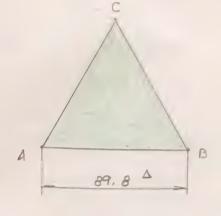


Figura 1

PIEZA Nº 3

8 (4)

Figura 1

PIEZA Nº 4 DEFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS

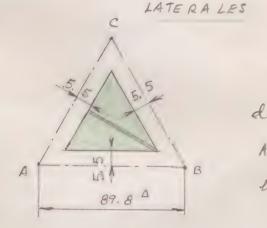


Figura 2

8 unidades

La forma o demecuzione de de du cen de las del traigne gulo ABC de la figura 1, 9 se detallan en la figura 2.

> PIEZA NO 4 8(C) Figura 2

PIEZA NOS .. REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS

CARAS LATERALES 16 unidades (simétricas dos a dos)

Lu lorana j dinvensiones re detallan en la figui. na 3; su colocacion en la figura 3

Calvarez

Indio 1980



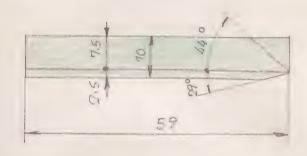


Figura 3

PIEZA Nº 5 16 (a)

Figura 3

PIEZA Nº 6 UNIONES ADISTAS 12 unidades

Lu forma y dimensiones re detallan en la figura 4

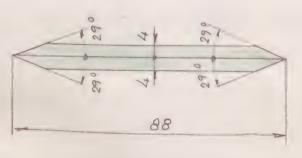


Figura 4

PIEZA Nº 6 12 (4)

Figura 4

PIEZA Nº 7 FORRO COLOREADO Bunidades

Lu forma y dimensiones ce deducen de las del trianoulo ABC de la figure 1, j ce detallan en la figura 5

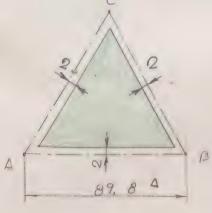


Figura 5

PIEZA NO 7 8 (4)



C) PIDAMIDES AUXILIARES, DEQULARES, TRIANGULARES Y DE CARAS VACIADAS.

PIEZA Nº 8 DESARROLLO LATERAL

8 unidades

La forma g dimensiones se detallan en la figure 6 PIEZA Nº 8

93 = 89.8 92 = 89,8

Flguro 6

179.6

8(4)

Figura 6

PIEZA Nº 9 UNIONES ARISTAS

24 unidades

Lu forma q dimensiones re detallan en la figura 7



Figura 7

PIEZA Nº9 24 (u)





## TUECUTION

MODE LO CORPÓREO DE LA "SERIE ALTERNATIVA DE OCTÀ EDQOS Y EXAEDQOS REGULADES CONVEXOS" P1 , P2 , P3 , P4 .... P6-(8) , CONJUGADOS DE UN EXAFDRO REGULAR CONVEXO P. EN LOS CUA-LES LOS VÉRTICES DE LOS OCTAEDROS ENGENDRADOS  $P_{8}^{1}$ ,  $P_{8}^{3}$ ,  $P_{8}^{5}$  ....  $P_{8}^{n}$  (n = 4, 3, 5, 7... impar), Y LOS VÉRTICES DE LOS EXAEDQOS ENGENDRADOS, P6, P6 -- P" (n = 2, 4, 6, 8 -- par), SON LOS CENTROS DE

Radio de la essera circumstrite al escaldro Po regular convesco genera dos:

LAS CARAS DEL ANTERIOR.

Γ<sub>e</sub> = 110 mm.



ra pues "conjugado" del exaedro generador Po-

Li repetient la operación anterior, uniendo los contros de las caras del octaedos  $P_8^1$ , obtendremo un escaedos regular connesco  $P_6^2$ , de caras paralelas al generador  $P_6$ , y cuyo mérticos estarám riturados a un vez en los centros 6' de las caras
del octaedos  $P_8^1$ . Así ancerivamente se obtendrai alternadamente los oscaedos  $P_6^2$ ,  $P_6^4$ ,  $P_6^5$ ---- $P_8^n$  (n = par) y también los potaedos  $P_8^3$ ,  $P_8^5$ ,  $P_8^4$ ----- $P_8^n$  (n = impar) que forman en un conjunto la revie "5" de "1+1" teraminos

(n = 4, 2, 3, 4, 5----)

$$S = P; P_1^1; P_6^2; P_8^3; P_6^4; P_8^5; P_6^6 - P_6(8)$$
 (1)

Para valores pares de n "n=2q" (q=1,2,3,4,5...) re valores la revie parcial "5,", formada escolurivamente por escaedros, de "q+1" terminos

$$S_{i} = P_{i}; P^{2}; P^{4}; P^{6}; P^{8} - P^{29}$$
 (2)

Para valores impares de n "n = 2q + 1" (q = 1, 2, 3, 4, 5...)ne oblience a au ver la muera revie parcial " $S_2$ ", formada esclusivamente por octaedos, de "q + 1" ter mino:

$$S_2 = P_8^1; P_8^3; P_8^5; P_8^7; \dots P_8^9; \dots P_8^9$$
 (3)

tas series de poliedros (1), (2) y (3) son decrecientes, y por lo tanto malquier poliedro de ellas es menor que es anterior o inscrito en este.



## 2) RELACIONES MÉTRICAS

Para la construcción de este models, utilizaremo las aiguienles formulas deducidas de las ya obtenidas anteriormente en otros ejercicios.

2.1) Arista " el " del exaedro generador Po (men formente 1)

del ejercicio M-7,2)

$$Q_6 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{\epsilon_e}$$
 (4)

y también:

2.2) Arista "a" del octaedro conjugado "P" (mer les musla 2) del ejercicio M-7.2)

$$a_8^1 = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad r_{ec}^6 \qquad (5)$$

Me unir la centra de las caras del octaedro Pg, obtene-

2.3) Radio 18 de la esfera circunscrita al octardro conjugado P3

In valor re obtiene de la formula  $\begin{cases} \frac{8}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0_8 \end{cases}$  de du ci de en el ejercicio G. E  $n^0 - - Lámina 3$ , haciendo en ella  $o_8 = o_8^1$ .

Dri pues tondremo:

$$| \int_{e_{c}}^{8} | = \frac{\sqrt{3}}{2} d_{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} d_{8}^{2} = \frac{\sqrt{$$

JNE A4 210 x 29



E. 4) Arista " $a_6^2$ " del exactro  $P_6^2$  conjugado del  $P_8^1$ . - Le eb
tiene de la foramula (2) del ejarcicio M. 8.2 " $a_6^2 = \frac{2}{3} \, T_{ee}^8$ , un

la que  $a_6^1 = a_6^2$  f  $T_{ee}^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \, T_{ee}^6$  (ver foram. (6)). - Lus litury endo:

$$\left|\begin{array}{c} \alpha_{6}^{2} = \alpha_{6}^{2} = \frac{2}{3} & \text{ fec} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} & \text{ fec} = \frac{2\sqrt{3}}{9} & \text{ fec} \end{array}\right|$$
 (7)

bos escaedios regulares  $l_6$  j  $l_6^2$  (ferie 2)), eou remejantes, piendo su razón de semejanza  $\frac{\alpha_6^2}{q_6}$  la de sus aristas ho-mólogas. Lushyendo lo valores de  $\alpha_6$  (4)  $\gamma$  de  $\alpha_6^2$  (7), tendre-mo:

$$\begin{vmatrix} a_6' \\ a_6' \end{vmatrix} = \frac{2\sqrt{3}}{9} r_{e_e}^6 : \frac{2\sqrt{3}}{3} r_{e_e}^6 = \frac{3}{9} = \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix} = 0.333333333 < 1$$
 (8)

Con les magnitudes a) formula (4); b) forante (5) g (c) forante (7) podemos construir este modelo M-7.3, que limitamos a la signientes poliedro:

- a) Escaedio generador "P6" de caras vaciadas.
- b) Octaedro "P" conjugado del escaedro "6", de caras

  " Naciadas con sur comer pon dientes piramides trianquelares para fijación de la virtices del "6"
  - c) Éscardo P° conjugado del octardo "P° de caen macisas con sus correspondientes piramides cuadradas para lijación de la restices del P°.



Inpongamos ahora que el maidro Po es a ru mel, gemerador del odácedro Po, (terie 3)). (conjugado del Po) f del
escaedro Po (forie (2)) (conjugado del Po). El modelo formado por la poliedros Po, Po, forena semejante al
que estudiames (Modelo M-7.4), aun mando de memor tamais, viendo la rapori de semenjansa la de 1/3 (ver formula (8)), memor que la unidad.

bota propiedad our permite calcular facilmente las dimensiones lioneales de los poliedros  $P_6^2$ ,  $P_6^3$ ,  $P_6^4$ , bestando pues omulliplicar por la sason de remejanza  $\frac{1}{3} < 1$  las Respectivas magnitudes lineales, homólogas de los poliedros  $P_6$ ,  $P_8^1$ ,  $P_8^2$ ,

Como consecuencia de lo expuesto anteriormente deducimos que les magnitudes lineales de los poliedes de le
firie (2) forman una progresion geométrica indefinida cuyo primer téranimo son les del exaedro generador P6 q de agron : 1 < 1.

des limeales de la ferie (3) forman ignalmente otra
progression geométrica indefinida cuyo primer termino
son las del octae dro P<sup>1</sup><sub>8</sub> conjugado del P<sub>6</sub> g deducidas independientemente de las de éré, cuya rason es
también  $\frac{1}{3}$  < 1.

Las manitudes su perficiales (a'reas) o volumetricas, de las Series (2) g (3) forman analogamente progresio-



10 6 10 1 COK ( ) ( F ) [

31) EXAEDRO GENERADOR "P", REGULAR, CONVEXO, DE CARAS VACIADA.

Lu arista "as" se deduce de la formula (4) de este ejercicio

$$|a_6| = \frac{2\sqrt{3}}{3} |e_c| = \frac{2\sqrt{3}}{3} |e_c$$

PIEZA Nº1 CARAS SU PERFICIALES CUADRAJAS 6 unidades

Ignales a la pieca nº 1 del models M-2.102

PIEZA Nº 2 UNIONES ARISTAS

12 unidades

Ignales a la piesa nº 2 kel modelo M-2, 102.

3B) OCTAEDRO REGULAR PA CONJUGADO DEL EXAEDRO PE DE CARAS VACIADAS

Lu arista " 02 re deduce de la foronnela (5) de este ejer ci cis

$$0\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$
  $\int_{6c}^{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 110 \approx 0.81 64 96 58 1... \times 110 \approx 89.8 \text{ mm}$ 

PIEZA 11 3 CARAS SUPERFICIALES TRIANGULAL ES

8 unidades



Le forme y direction a detallar on a rema 1

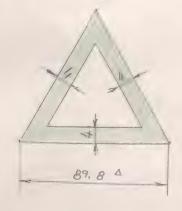


Figura 1

PIEZL Nº3

8 (4)

Figura 1

PIEZA Nº 4 UNIONES ARISTAS

12 unidades

Le forma j dimensiones se détallan en la figura 2

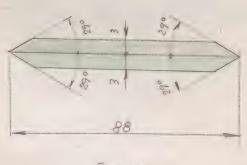


Figura 2

12 (U)

Figura 2

PIRÁMIDES AUXILIARES DE CARAS VACIADAS, RECTAS Y

TRIANGULARES, PARA FIJACIÓN DE LOS VÉRTICES DEL

EXADRO REGULAR PO A LAS CARAS DEL OCTAEDRO P1
8

UNE A4.210 x



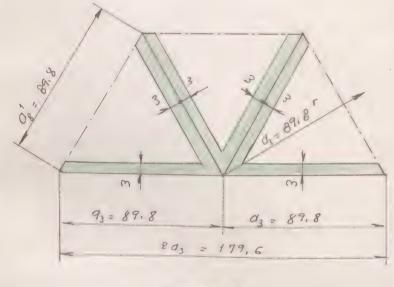
Exercicio de constanección de poliedros MODELOS CARPÓREDO

Modelo M- 7.3

consignier is seen  $\Omega_1 = \Omega_2^1 = \frac{\sqrt{6}}{5} \zeta_{5c}^5 \approx 89.8 \text{ mm}.$ 

PIEZO Nº 5 LESARROLLO LATERAL DE LAS EDÉMIDES AUXI-LIARES 3C).

Le forme d'inneressores se detallan en la figura 3



PIEZA Nº 5

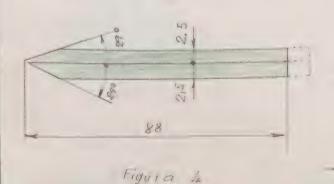
8 (u)

Figura 3

Figura 3

PIEZA Nº 6 UNIONES ARISTAS LATERALES DE LAS PIRA-24 unidades MIDES AUXILIARES

la forma q dimensiones se detallan en la figura 4



PIEZA Nº6

24 (4)

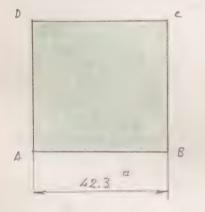


3D) EXAEDRO PE CONJUGADO DEL OCTAEDRO PI RE-

In ari ta "a" se deduce de la forannela (7) de este ejercicio

PIEZA Nº 7 CARAS SUPERFICIALES CUADRADAS 6 unidades

Lu forma j dimensiones re detallan en la figura 5



PIEZA Nº 7

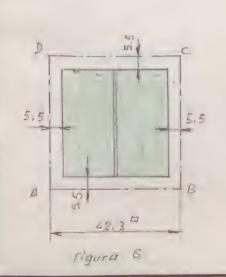
Figura 5

Figura 5

PIEZA Nº 8 REFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS

SUPERFICIALES

6 unidades



Lu forma y dimensioner et deducen de les del enachado ABCD de la figura 5, y et detallan en la figuca 6

PIEZO Nº 8 6 (U)



Modelo M-7.3

PIEZO Nº 9 REFLIERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS CA-

Lu forma que elimensiones se de tallan en la figura 7; en colo cacion en la figura 6.

PIEZA Nº9 12 (a)
Figura 7

Figura 7

PIEZA NO 10 UNIONES ARISTAS

12 unidades

La forma o de como se detalian ou la figura 8

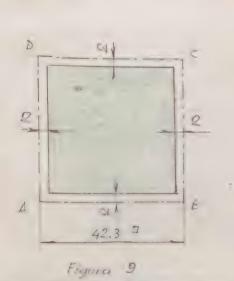


PIEZA Nº 10 12 (4)
Figura 8

Figura 8

PIEZA Nº 11 FORRO COLOREADO

6 unidades



Lu forana g dimensiones re deducen de las del enadrado ABCD de la figura 5, g se detallan en la figura 9.

Flgura 11 6 (U)

UNE A4 210 × 29

Halvares Odulore 1981



PIRÁMIDES AUXILIADES DE CARAS VACIADAS, RECTAS Y

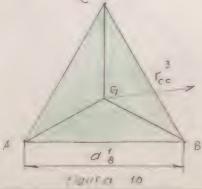
CUADRADAS, PARA FIJACIÓN DE LOS VÉRTICES DEL OC
TAEDRO REGULAR "P1" A LAS CARAS DEL EXAEDRO "P2"

Para obtener el desarrollo lateral de estas piràmides ausciliares se precisa conorcer las signientes magnitudes limeales.

- a) bougitud de la arista de au base madrada, j
- b) Dongitud de la arista lateral de la piramide.

del exactro P<sup>2</sup> ja calculada en este ejercio (ver fórminta 7)).
Lu valor commirco es:

La longilled de la arista lateral "44" considerando que uno de sus eschremos es el rétice de una cara del escaldro P<sup>2</sup> 7 que por ser conjugado del P<sup>1</sup><sub>8</sub>, es a su ver coincidente con el centro 6 de una cara del P<sup>1</sup><sub>8</sub> (fig. 10).
El otro extremo C, es un vértice de odardo P<sup>1</sup><sub>8</sub>. Por



comigniente el regmento EG = 94

en ignal al radio se del trianquelo ABC de lado la = 08.

Ini pues, tendremo:

INE A4 210 × 297

Califara Colores (08)



$$a_4 = \frac{7}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} l_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 98$$
 ? siendo  $9 = \frac{\sqrt{6}}{3}$  [see (ver

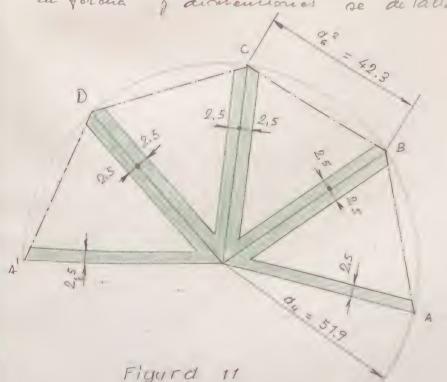
forceme le (5) de este ejercicio), tendrema finalemente:

$$|a_4| \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} |e_c| = \frac{118}{7} |e_c| = \frac{3\sqrt{2}}{9} |e_c| = \frac{5}{3} |e_c|$$

PIEZA Nº 12 DESA RROLLO LA TERAL DE LAS PIDÁMIDES

AUXILIA RES, DE CARAS VACIADAS 6 UNIDADES

Lu forma p dimensiones se de tallan en la figuere 11



= 42.3 mm

AB = BC = CD = DA' =

PIEZA Nº 12

6(0)



PIEZA Nº 13 UNIONES ARISTAS

24 unidades

La jorce a j demensioner a detallan en à jigne 12

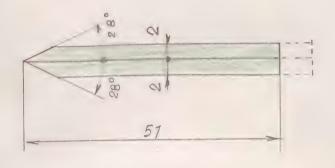


Figura 12

PIEZA Nº 13

24 (4)







F. T. ( 5) (3)

MODELO CORPÓREO DEL EXAEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE UN OCTAEDRO REGU
LAR CONVEXO GENERADOR, SIENDO LOS VÉRTI
CES DEL PRIMERO, LOS CENTROS DE LAS CARAS

DEL SEGUNDO.- EL OCTAEDRO GENERADOR, SERÁ

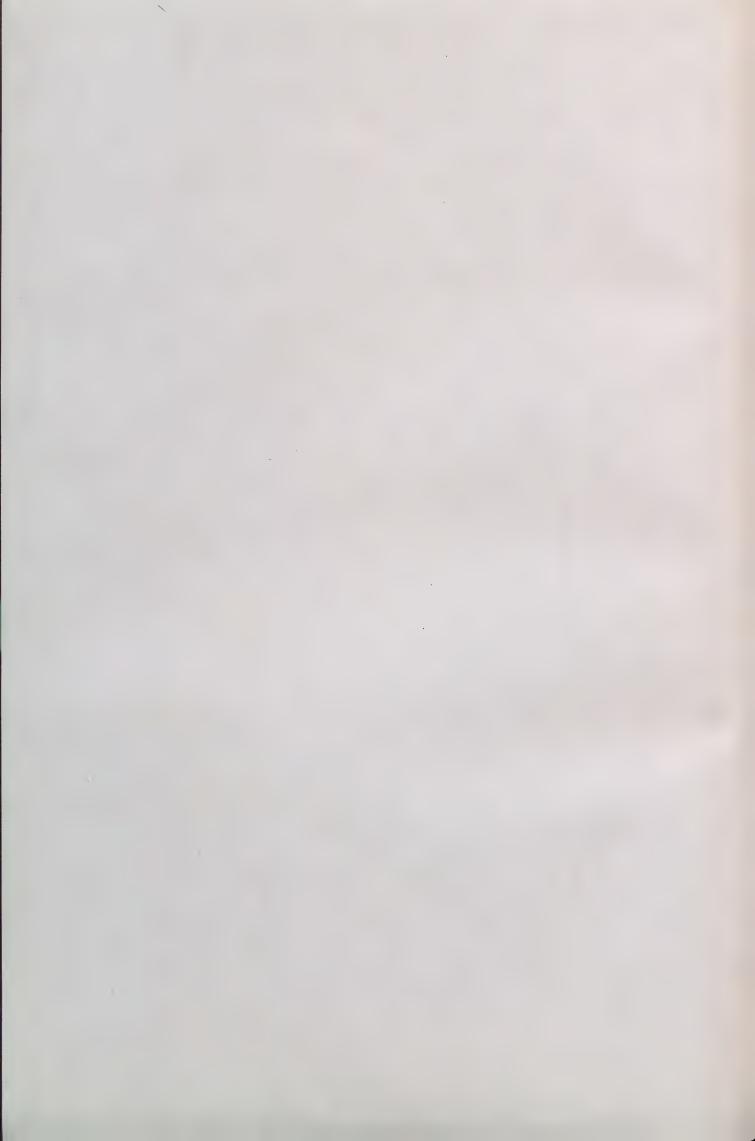
DE CARAS VACIADAS, Y EL EXAEDDO GENERADO,

DE CARAS MACIZAS.

Radid de la esfera circumserita al ostaedro generador:

Tee = 76.1 m m.

.



UNE A4.210 x 297

ENUNCIADO! Panstruir el models corpores del escardos regular conconverco, conjugado de un odardos regular conmerco (generador), aiando los mercices del primero,
los centros de las caras del regundo. El odar dro
generador re construirá con sus caras vaciadas,
y el exardos generado, con sus caras macreas.

DATO ÚNICO DE ESTE ESERCICIO;

Tec = Radio de la espera circumscrita al octaedro generador:

En los ejercicios G. E. nos. \_\_\_ Láminas 6 al 10, hemos estudiado la representación de los policidos conjugados de los regulacon convercos, en los que las aristas de los primeros son los regementos rectilimeos obtenidos al unite los centros de dos caras contiguas de los policidos regulares generadores.

Los poliedros canijugados som a ru mes poliedros regulares convexos, o regulares convexos, som muluamente conjugados; (cada umo lo es del otro). Igualmente som muluamente conjugados; (cada umo lo es del otro). Igualmente som muluamente conjugados el dodecaedro e icosaedro regulares convercos. El tetraedro regular es conjugado de si mismo.



Exembre obtanimos en los mencionados ejencicios G.E. nos ... - Láminas 6 al 10, los valores amalíticos de las magnitudes de los poliedros comjugados, en función de las de los ces pectivos poliedros generadores, cuyos valores mos meníran para la constaucción de la modelos ecorrespondientes.

Para la construcción de este modelo (M-8.1), cal culare mos
prenamente las signientes magnitudes, en función del ninico dato del problema (radio 5º de la estera circumserita al
octaedos penedados)

## 1) Arista "do del octoedro generador

Le obtiene de la formula " [e = 1/2 00", de ducida en el ejorcicio G. E. nº. - Lámina 2, des pejando en ella " 08", Eandre-

$$|Q_8| = |\Gamma_{e_e}|^8 : \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} |\Gamma_{e_e}|^8 = \frac{2\sqrt{2}}{2} |\Gamma_{e_e}|^8 = \frac{2\sqrt{2}}{2} |\Gamma_{e_e}|^8 = \frac{\sqrt{2}}{2} |\Gamma_{e_e}|^8 = \frac{\sqrt{2}}$$

## 2) Arista "a" del exacdro conjugado

Le oblieure de la formule  $a_6' = \frac{\sqrt{2}}{3} a_8''$ , (mer formula (2) del ejercicio G. E. no-- Lamina 8). Lustituyendo en ella " $a_8''$  form. (1), rerá:

$$a_6'$$
,  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   $a_8 = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{2}$   $f_{ee}^8 = \frac{2}{3} f_{ee}^8$  (2)



3) Radio r, de la circunferencia inscrita al triángulo equilátero de una cara del octae dro generador

Le obtieve de la formule " $\frac{1}{1-3} = \frac{\sqrt{3}}{6} l_3$  del ajercieio (3) - 6, P. 1, 400 - 42. Sendremos pues, haciendos  $l_3 = \alpha_8$  g sustitu - yendo el valor de (1)

$$|\vec{r}_{1-3}| = \frac{\sqrt{3}}{6} l_3 = \frac{\sqrt{3}}{6} a_8 = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \sqrt{2} l_6^8 = \frac{\sqrt{6}}{6} l_6$$
 (3)

bas formulas (1), (2) 2 (3) a plicadas al caso particulas estudiado, mos dan los rignientes valores numéricos:

$$a_6' = \frac{2}{3} \times \Gamma_{0e}^2 = \frac{2}{3} \times 76.1$$
  $\approx 50.7 \text{ m m}$  (2)

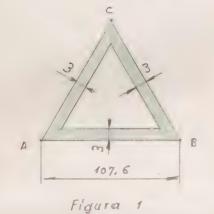
ba magnitude (3) mos permite efectuar la fijacien de los résticus des escardos conjugados, mediante su unión matereial de los omiomos a los puntos medios de las aristas del octardos generados.

Cara la construcción de este modele, son necesaria, las siguientes pieras:



PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 8 unidades

Lu forme q dimensiones re detallan en la figura 1



PIEZA Nº 1

8 (U)

Figura 1

PIEZA Nº 2 UNIONES ADISTAS 12 unidades

Lu forma of dimensiones re detallan en la figura 2



PIEZA Nº 2 12 (u)

Figura 2

Figura 2

B) EXAEDOO CONJUGADO DE CADAS MACIZAS, CON PESTANAS DE FIJACION DE SUS VÉRTICES A LOS PUNTOS MEDIOS DE LAS ARISTAS DEL OCTAEDRO GENERADOR.

PIEZA NO 3 CARAS LATERALES CON PESTANAS 6 unidades

Lu forma g dimensiones re detallan en la figura 3



PIEZA Nº 3

6 (11)

Figura 3

PIEZA NO L REFUERZO NORMAL EN CARAS LATERALES

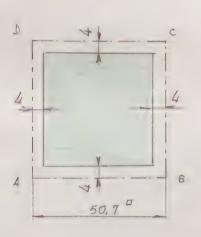


Figura 4

La forma g dimensiones se de du cen de las del cuadrado ABCD de la figura 3, y se detallan en la figura 4

PIEZA Nº 4 6 (4) Figura 4

PIEZA Nº 5 UNIONES ARISTAS

12 unidades

6 unidades

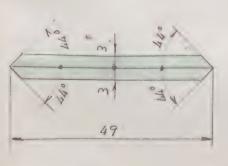


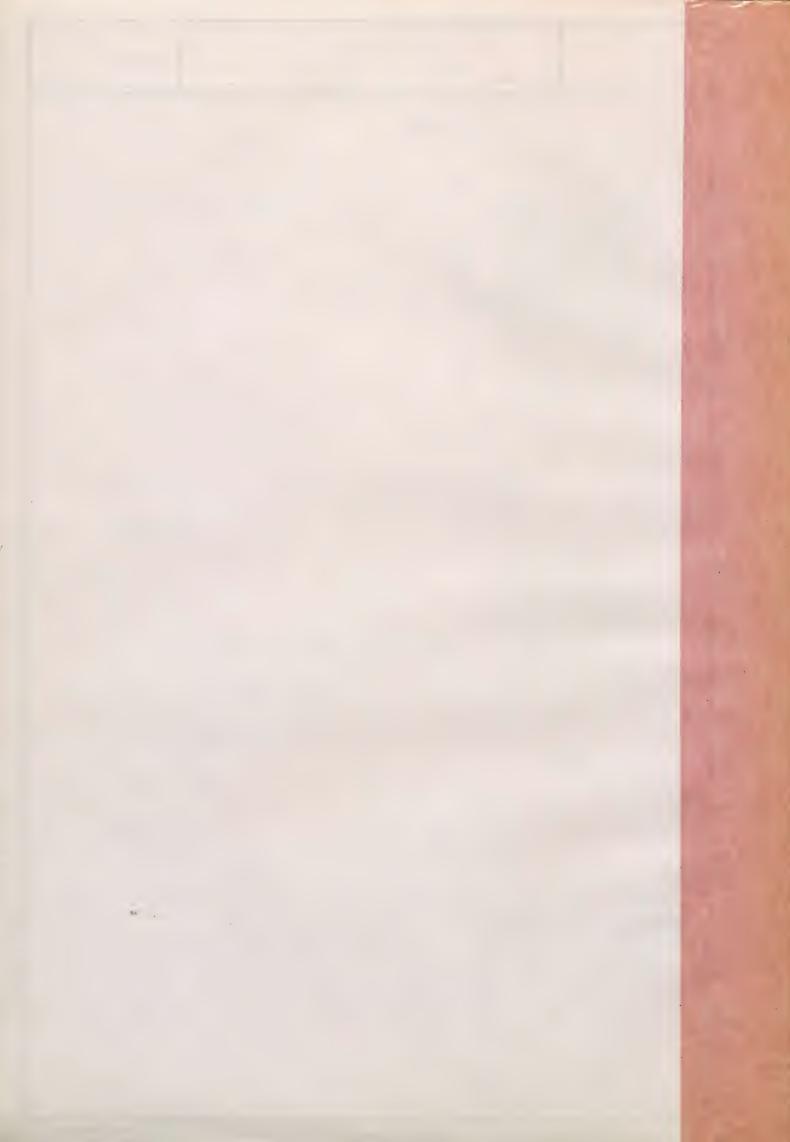
Figura 5

UNE A4.210 x 297

Lu forma g dimensiones se deta-Man en la figura 5

> PIEZA Nº 5 12(a) Figura 5

Falt liera 113 6 .- FUELO CULURERSO EN CARAS CUASILISAS



## 

MODELO CORPÓREO DEL EXAEDRO REGULAR CONVEXO,

OBTENIDO POR TRUNCADURA DE VÉRTICES DE UN OCTAE-

DRO REGULAR CONVEXO GENERADOR, DE ARISTA "a",

A LA DISTANCIA " = 2 08", SIENDO LA LONGITUD

" $a_6' = \frac{\sqrt{2}}{3} q_g$ " DEL EXAEDDO GENERADO. — EL EXAEDRO

GENERADO, SE CONSTRUIRÁ CON LAS CARAS MACIZAS, Y

EL OCTAEDRO GENERADOR, CON LAS CARAS VACIADAS.

Radio de la espera cir aumonita d'octaedro gene-



## ENUNCIADO E QUIVALENTE

STEET PRINTE

MODELO CORPÓREO DEL EXAEDRO REGULAR CON
VEXO, CONJUGADO DE UN OCTAEDRO REGULAR CON
VEXO (GENERADOR), CUANDO LOS VÉRTICES DEL PRI
MERO, SON LOS CENTROS DE LAS CARAS DEL SEGUNDO.

EL OCTAEDRO GENERADOR SE CONSTRUÍRÁ CON SUS

CARAS VACIADAS, Y EL EXAEDRO GENERADO, CON SUS

Radio de la esfera circumsonite al octaedro generador:

CARAS MACIZAS.

ree = 110 m m.



ENUNCIADO: Constavión el models corpóreso do un exacedos regular conveconverso, conjugado de un octaedes regular conveseo (generador), cuando los vértices del primero son
los centros de las caras del regundo. - El octaedos
generador se construirá con sus caras vaciadas,
g el escaedos generado, con sus caras macions.

DATO ÚNICO DE ESTE EJERCICIO:

Tec = Radio de la essera circumscrita al octaedro genenador:

Este modelo puede considerarse como una variante del modelo M-8.1, de ignal forma, pero de mayor tamaño, por ser [est : 110 mm > 76.1 mm.

UNE A4 210 × 25



o inregulares) que puedou obtenerse por el mencionado proceso de "seuncadura de virtices del tetracedro regular converco"
en todas las posibles posiciones del plano recaute. Dido proceso
puede un aplicado a los cuatro poliedros regulares convercos
cestantes (escaedro, octaedro, dodecaedro e icoraedro), con aná
logos resultados de los que se obtenieros en el tetracedro regular
converco. Por conigniente, para el caso particular de este modelo, podemos emuncias directamente la signiente proposición:

"
if exacts regular converce, puede rer engendrado por la Imunicadura de vértices de un octaedos regular converce, cuyo plano recante pase por el centro "6" de las cuatro caray trianquíares regulares correspondientes a cado uno de sus vértices. Este plano recante puede niturarse por cuatro punto equidirtantes de cada vértice, sobre las cuatro aristas concurrentes en el g a la distancia del mismo " $x = \frac{2}{3} q_8$ , riendo  $q_8$  la arista del octaedo generado. La longitud  $q_6$  de la arista del octaedo generado, sera " $q_6 = \frac{\sqrt{2}}{3} q_8$ ".

El esca e dro en gendra do tiene un virtices en la centra "G"
de las caras triangulares del esca edro generador.

Como consecuencia de la expuesta anteriormente, podemos establecer un muesto enunciado al problema plantoado en este ejercicio, equivalente al le este anodelo M-8.2, bajo el mueso enfoque del mismo, j que es el signiente:



NUEVO ENUNCIA DO: Constavir el modelo corpóreo del exactro requi
tregular converso, conjugado de un octaedro requi
lar converso, obtenido por truncadura de vértices

del octaedro generador, a la distancia  $x = \frac{2}{3} a_8$ ,

siendo  $a_8$  la arista del octaedro generador. La lon
gibra de la arista  $a_6$  del exactro generado e
ca:  $a_6' = \frac{\sqrt{2}}{3} a_8$ .

ferente de la fijación al octaodro generador, del escaedro engendrado en su interior.

Como el escaedro generado ha de construiere con sus caras maciadas, para poder situar en su posición correcta este sillimo, construiremos sobre las seis caras cuadradas del mencionado escaedro conjugado, otras tantas pirámides rectas, regulares, de base cuadrada, ausciliares, cuyos vértices servirán de apo-

Previamente épetuaremes les calcules de les longitudes léguientes.

1) Arista "do" del octaedro generador

Lu valor es:

08 = 112 rec 8

(Ver formula (1) del ejercicio M-8.1

111



Lu valor e:

$$a_6' = \frac{2}{3} f_{ec}^8$$
 (2)

( Ver formula (2) del ejercicio M-8.1)

3) Radio "seu de la circunferencia circunserita al cuadrado de una cara del exaedro conjugado.

Le obliene de la formule  $\int_{C-4}^{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_4$  deducida en el éjercicis (1) 6. P. 1.400-43, haciendo en ella  $l_4 = Q_6' = \frac{2}{3}$  sec

4) Radio " [63" de la esfera inscrita al exaedro conju-

In valor re oblient de la foromela  $\int_{ei}^{6} = \frac{1}{2} d_{6}$  de ducida en el ejencicio G.E.  $n^{\circ}$ ... - Lámina 2, en funcion de au arista "do"; haciendo en ella  $\int_{ei}^{6} = \int_{ei}^{6} g d_{6} = a_{6}^{\circ} = \frac{2}{3} \int_{ee}^{8}$  (ren formula (21), tendremos:

$$\begin{bmatrix} 6 \\ e_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 8 \\ e_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{8}{6} \end{bmatrix}$$
 (4)

Acres



5) Altura " hu de las pirámides auxiliares cuadradas, rectos, regulares,

le obtienc como diferencia del radio "sec" de la estra rinen movita al octaedro generador (dato del ejencicio) q del radio "sei" (formula 4). Doi pues, seró:

$$|h_4| = \int_{ec}^{8} - \int_{ec}^{6'} = \int_{ec}^{8} - \frac{1}{3} \int_{ec}^{8} = \left(4 - \frac{4}{3}\right) \int_{ec}^{8} = \left|\frac{2}{3} \int_{ec}^{8}\right|$$
 (5)

6) Arista "q4" de las pirámides cuadradas, rectas, regulares.

Lu valor es el de la hipoternesa de un triànquelo rectanquelo, cuyos catetos eon: Umo, la altera  $h_{\mu} = \frac{2}{3}$  sec (ver formula 5), y el otro, el radio  $C_{-4} = \frac{\sqrt{2}}{3}$  sec (ver formula 3). Asi pues, tendremos:

$$a_{4} = \sqrt{(h_{4})^{2} + (f_{c-4})^{2}} = \sqrt{(\frac{2}{3} f_{ec}^{8})^{2} + (\frac{\sqrt{2}}{3} f_{ec}^{8})^{2}} = \sqrt{(\frac{2}{3})^{2} + (\frac{\sqrt{2}}{3})^{2}} f_{ec}^{8}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2}{9}} f_{ec}^{8} = \sqrt{\frac{6}{9}} f_{ec}^{8} = \frac{\sqrt{6}}{3} f_{ec}^{8}$$
(6)

estudiado, nos dan la signiente, valores anoméricos: ([e] = 110 mm)



les caras del octardos generados.

Para la construcción de este modelo, son necesarias las riquientes piesas:

A) OCTAEDRO REGULAR CONVEXO GENERADOR, DE CARAS VA-

PIEZA Nº 1. CARAS SUPERFICIALES 8 unidades

Lymbo a la picca nº 2 del modelo M-3.102

PIEZA Nº 2 UNIONES ADISTAS 12 Unidades

Eguale, à la pieca nº 2 del model. M-3.102

B) EXAEDRO REGULAR CONVEXO, CONJUGADO, DE CARAS
MACIZAS

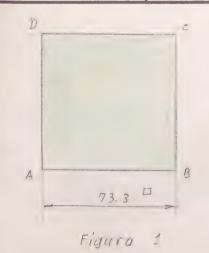
PIEZA Nº 3 CARAS LATERALES

6 unidades

Lu torma j dimensiones al détallan en la figura 1

UNE A4-210 x 29

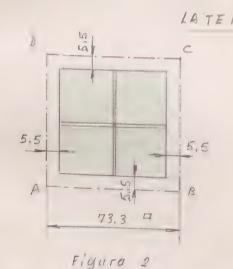




0132A No3. 6(u)

Figura 1

PIEZA Nº 4 REFUERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS



LA TERALES 6 unidades

Lu for ona of dimensiones re deducen de las del cuadrado ABCD de la figura mos, o re detallan en la figura 2

PIEZA Nº 4 6 (u)

Figura 2

PIEZA Nº 5' REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS CA-

RAS LATERALES

24 unidades

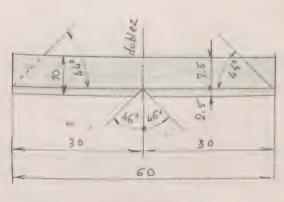


Figura 3

Lu for ma q dirmenione, se detallan en la figura 3; en coloración en la figura 2

PIEZA Nº 5

Figura 3



PIEZA Nº 6 INIONES AQISTAS

12 unidades

La forma o d'an morre ne detallan en la figure 4

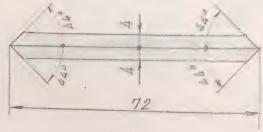


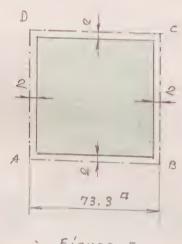
Figura 4

PIEZA Nº 6 . 12 (a)

Figura 4

PIEZA Nº 7 FORRO COLOREADO

6 unidades



· Figura 5

Le forema dimensione de deduceu de las del cuadrado ABCD de la figura 1, g ac detallan en la tigura 5

> PIEZA NO 7 6 (4) Figura 5

C) PIRÉMIDES AUXILIARES CUADRADAS, RECTAS, DE CARAS VACIADAS 6 unidades

PIEZA Nº 8 DESARROLLO LATERAL 6 unidades

Lu forma g dimensiones se detallan en la figura mº 6

(rique en hoja 9)



D Figura 6

AC = 60 = 61 = 1 A 2 73.3 mm

F 1526 11" 3

5 (11)

Figura 6

PIEZA Nº 9 UNIONES ARISTAS 24 unidades

Lu forma q demensiones se detallan un la figura 7

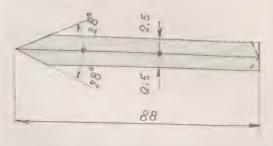


Figura 7

PIEZA Nº 9

32 (u)

Figura 7

....







#### 71

MODELO CORPÓREO DE LA "SERIE ALTERNATIVA DE EXAEDROS Y OCTAEDROS REGULARES CONVEXOS PT P2, P3, P4, P5 ---- P8-(6), CONJUGADOS DE UN OCTAEDO REGULAR CONVEXO P., EN LOS CUALES LOS VERTICES DE LOS EXAEDQUS ENGENDDADOS P1, P3, P5 P1 (n = 1, 3, 5, 7 ... impor), Y LOS VERTICES DE LOS OCTAE-DROS ENGENDRADOS P2, P4, P6, .... P" (n = 2.4.6, 8, 10 ... n par), SON LOS CENTROS DE LAS CARAS DEL ANTERIOR.

Radio de la esfera circumscrita al octardro Po regular commerco generador:

Tec = 110 mm.

.



ENUNCIA DO:

ternativa de escaedros y odaedros regulares convenos "P1, P2, P3, P4 -- Pn" conjugados de un
odaedro regular converco P8+ un los cuales los min
fices de la caradia sugendiada P1, P3, P5 Pn
(n = 1, 3, 5-, impar), la rentire de las caras del anteres.

### DATO ÚNICO DE ESTE EJERCICIO:

Tec = Padio de la es/era circumerita al octaedro Po regular converco generador:

rec = 110 m m

### 1) GENERALIDADES

li consideramos um odaedro "Po" regular convexo, de arista "do", gurimos los centros "G" de cada cara, con los centros de las dos contiguas que concurren en cada uma de sus aristas, se mos formará um escaedro regular convexo Pó cuyos virtices estarán en los mencionados centros "G" des oriardos securados (o des dos curados os des mandos cuntros "G" des oriardos securados (o de mandos cuntros o des des oriardos securados (o de mandos cuntros o de des oriardos securados (o de mandos cuntros o de des oriardos securados (o de mandos cuntros o de des oriardos securados (o de mandos cuntros o de des oriardos securados (o de mandos cuntros o de des oriardos o de contrados o de mandos contrados o de des oriardos o de contrados o de des oriardos o de contrados o de las des oriardos o de contrados o de contrados o de las dos contiguados o de contrados de contrados o de contrados o de contrados de contrados o de contrados de contrados o de contrados o de contrados o de contrados de contrados o de contrados de contrados o de contrados de contrados de contrados de contrados o de contrados de cont

UNE A4 210 × 297



na pues "conjugado dol octaedro generador P."

ti repetimos la operación anterior, uniendo lo centro de las caras del escaedro Pó, obtendremos un odardro regular converso Po, de caras paralelas al generador Po, general en minitices estarán situado a su vez en los centro G' de las caras del escaedro Pó. Así sucerisamente se obtendran altermadamente los octaedros Pó, Pó... Po (n = 4, 6,8... par) y también los escaedros Pó, Pó, ... Po (n = 3, 5, 7 impar) pue forman en su conjunto la serie "S" de "n+1" ten-

$$S = P_8, P_6^1, P_8^2, P_8^3, P_8^4, P_8^5, P_8^6$$
 (1)

Para valores pares de n "n = 29" (q = 1, 2, 3, 4, 5...)

se obtiene la Serie parcial "S," formada escolusivamente por octacolos, de "q+1" términos

$$S_1 = P_8, P_8^2, P_8^4, P_8^6 - P_8^{29}$$
 (2)

Para valores impares de n "n = 2q +1" (q = 1, 2.3. 1...)

se obtiene a un ves la mesoa serie parcial "5", formade escelurivamente por escaedo, de "q+1" teromino;

$$S_2 = P_6', P_6', P_6^2 - P_6^{29+1}$$
 (3)



### 2) RELACIONES MÉTRICAS

Vara la constaucción de este modelo, utilizaremo alquemas fóranulas ya deducidas anteriormente en otros ejerciciós.

2.1 Arista "a dol ortaedre penerader P. ver formule.

(1) del ejercicio M-8.2)

$$a_8 = \sqrt{2} \int_{e_c}^{e}$$
 (4)

2.2 Arista "q" del oxdedro conjugado por los for-

$$Q_6^1 = \frac{2}{3} \Gamma_{ee}^8$$
 (5)

Al unio los centros de las baras del escardo P6, obtene-

2.3 Radio Tec de la osfera circunserita al exaedre conjugado Pi y arista ai.

Lu valor se obliene de la formula Tec = \frac{13}{2} d dedu-



cida en el ejercicio 6. E. n° -- Lómina 2, haciendo en ella  $a_6 = a_1^1$ . Ari pues, tendremos:

$$|\overline{r_{ee}}| = \frac{\sqrt{3}}{2} a_{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a_{6}^{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} |_{ee}^{8} = \frac{\sqrt{3}}{3} |_{ee}^{8}$$
 (6)

2.4 Arista " $a_8^2$ " dol octaedro  $p_8^2$  conjugado del  $p_6^2$ . - ( Le obtiene de la foranda (2) del ejercició M-7.2 " $a_8^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{6}{3}$ " en la que  $a_8^2 = a_8^2$   $a_8^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{$ 

$$|\alpha_8^2| = \alpha_8^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} r_{ee}^6 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} r_{ee}^8 = \frac{\sqrt{18}}{9} r_{ee}^8 = \frac{\sqrt{18}}{3} r_{ee}^8$$
 (4)

Los octaedros regulares P8 7 P8 (Serie 2), son remejantes, siends en nason de remejança a8 la de sus acentas hornólogas. Instituyendo es valores de a8 (4) 2 de 018 (7), tendremos:

$$\frac{|a_8^2|}{|a_8|} = \sqrt{2} \int_{e_c}^{8} : \frac{\sqrt{2}}{3} \int_{e_c}^{8} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} < 1$$
 (8)

Con las magnitudes a) formula (4); b) formula (5)

y c) formula (7), podernos construer este modelo 4-8.3
que limitamos a los signientes poliedros:

- 1º) Ortaedro generador Pg de caras vaciadas.
- 2º) Esraedro Pé" conjugado del odaedro Po", de caras

UNE A4-210 × 297

Wase Orinte 1931



para fijación de la véntices del P8

3') Odaedro "P3" conjugado del escaedro P6 de caras
macisas, con sus corres pondientes piramides triangulaces para fijación de la virtices del "P6".

Sonálogamente a lo ese puesto en el ejercicio M-7.8, enpongamos ahora que el octaedro " $P_8^2$ " es a ru ver, generadon del escaedro " $P_6^3$ " (forie 3) (conjugado del  $P_8^2$ ), dei orta edro  $P_8^4$  (forie 2) (conjugado del  $P_6^3$ ). El modelo formado
por la poliodro  $P_8^2$ ,  $P_6^3$ ,  $P_8^4$  cería semejante al que estudiamos (Modelo M-8.3), ana enando de menor tamamo, siendo la caroni de semejanza la de  $\frac{1}{3}$  (ver formula
8), menor que la unidad.

Enta propiedad mes permite calcular facilemente las dimensiones lineales de la poliedra  $P_8^2$ ,  $P_8^3$ ,  $P_8^4$ , bastando pues multiplicas por la razion de remejanaa "\frac{1}{3} < 1" las respectivas magnitudes timeales homiologas de los poliedros  $P_8$ ,  $P_6^1$ ,  $P_8^2$ .

En la determination de superficies se empleara le sazon  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$  y en la de volumenes, la rasón  $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ .

Como consecuencia de la esapuesto anteriormente, deducionos que las magnitudes lineales de la poliedos. de la Serie (2) forman una progresión geometrica indefinida anyo primer teramino son las del octardos generador ?



g de rasón  $\frac{1}{3} < 1$ .

Las lineales de la ferie (3) forman ignalmente otra progresion geométrica indefinide cuyo primer término son las del escaedro Pi, conjugado del octaedro generador Po y deducidas independientemente de las de este, riendo en raso in también la de 1/2 1.

bas magnitudes superficiales (áreas) o volumétricas de las feries (2) f (3), forman análogamente progresiones geometricas indefinidas de rasones  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 < 1$ , f  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 < 1$ , respectivamente.

Conétnica indefinidas descritas auterioremente, la suma de sus infinitos terminos es finita por sur su cazon menor que la unidad. Dicha suma se obtiene por la formula

en la que "a" es el valor mumirils de su primer téremino, y "v<1" es la rason geométrica correspondiente.

- 3) CONSTRUCCIÓN DEL MODELO PROPUESTO
- DE CARAS VACIADAS



UNE A4 210 × 29

lu arista "08" re deduce de la foramula (4) de este ejencicio

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES TRIANGULARES REGU-

Yquales a la piesa nº 1 del models M-3,102

PIEZA NO 2 UNIONES ARISTAS

12 unidades

Ignales a la piesa nº 2 del modelo M-3,102

DEL OCTAEDRO P, DE CARAS VACIADAS

Lu arista "a" de deduce de la foronnele (5) de este ejercicio:

 $|a_{6}^{1}| = \frac{2}{3} \cdot r_{ec}^{8} = 0.6 \times 110 = |73.3 \text{ mm}|$ 

PIEZA NO 3 CARAS SUPERFICIALES CUADRADAS

6 unidades

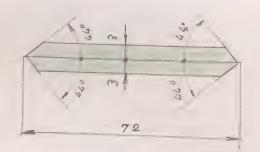
Le forma j' dimensiones se detallan en la figura !



PIEZA 110 3 6(0) Figura 1

PIEZA Nº 4 UNIONES ARISTAS 12 unidades

Lu forma g dimensiones se detallan en la figure ?



PIEZA Nº 4

12 (u)

Figura 2

Figura 2

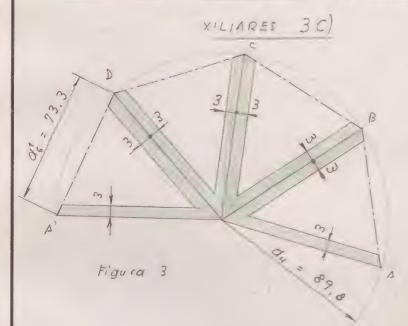
3C) PIRÁMIDES AUXILIACES DE CARAS VACIADAS, RECTAS Y CUADRADAS, PARA FIJACIÓN DE LOS VERTICES DEL OC-TAEDOO REGULAR "P" A LAS CARAS DEL EXAEDRO PO.

La arista "du" de estas piramides ausciliares, se obtieme de la formula of = (Ver for mula (6) del ejercicio M-8.2). - La longitud de la bare de dichas piramides es la de la arista "a" del escaedro conjugado P.º (ner fórmula (5) de este ejercició). Por consigniente, ma:



$$Q_{ij} = \frac{\sqrt{6}}{3} C_{ci} = \frac{\sqrt{6}}{3} . 110 = 0.81 64 96 58 1... \times 180 = 89.8 mm$$

# PIEZA Nº 5 JESARROLLO LATERAL DE LAS PIRÁMIDES AU-



6 unidades

Lu forma j dimensism. 1 re detallan en a figura 3

AB = BC = CD = DA' = 73,3 mm

PIEZA Nº5 6(4) Figura 3

NOTA: La figura 3 es ignal a la figura 6 del ejercicio M-8,2

PIEZA Nº 6 UNIONES ARISTAS

24 unidades

la forma y dimensiones se de tallou en la ficura 4

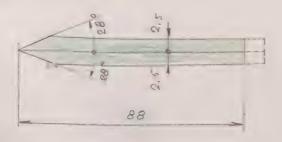


Figura 4

PIEZA Nº 6

24 (11)

Figura 4



Modelo M-8.3

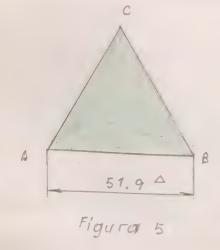
3D) OCTAEDRO P2" CONJUGADO DEL EXAEDRO P1, REGULAR
CONVEXO. DE CARAS MACIZAS.

ba arista "do" se deduce de la foranula (7) de este ejescicio:

$$\begin{bmatrix} a_8^2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \begin{cases} ec \\ \end{cases} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 100 \approx 0.47 \ 1404521... \times 110 \approx 51.9 \ mm$$

PIEZA Nº 7 CARAI SUPERFICIALES TRIANGULARES

8 unidades

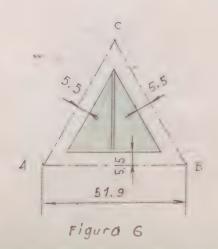


Lu forma o dimensiones se detallan en la figura 5

PIEZA Nº 7 8(4)

Figura 5

PIEZA Nº 8 DEFLIERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS
SUPERFICIALES 8 unidades



Lu forima y dimensioner se deducen de las del triangulo ABC de la figura 5, y se detallan en la fig. 6

PIEZA Nº 8 8 (U)
Figura 6

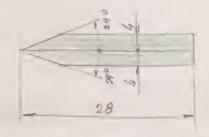


## PIEZA Nº 9 REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS

CARAS SUPERFICIALES

16 unidades

Lu forma j dimensioner se detallan en la figura 7; un colocación en la figura 6



16 (4) PIEZA Nº 9

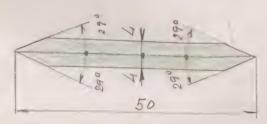
Figura 7

Figura 7

PIEZA NO 10 UNIONES ADISTAS

12 unidades

Lu forma : p démensiones re detallan en la figura 8

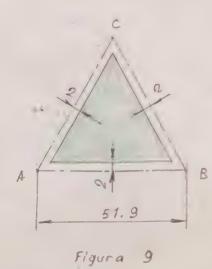


PIEZA Nº 10 12 (4) Figura 8

Figura 8

PIEZA Nº 11 FORRO COLEREADO

8 unidades



Lu forma j dimensiones se deducen de las del triangulo ABC de la figura 5, y se detallan en la fig. 9.

> PIEZA Nº 11 B (U) Figura 9

CHIa :

Jelin 1981



PIRAMIDES AUXILIARES DE CARAS VACIADAS, RECTAS Y

TRIANQUIARES, PARA FIJACIÓN DE LOS VÉRTICES DEL

EXAEDRO REGULAR. "P1" A LAS CARAS DEL OCTAE
DRO P2".

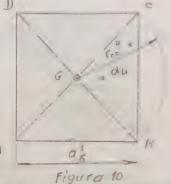
Para obtener el desarrollo lateral de estes piramides auxiliares se precisa comocer las signientes magnifiedes li. meales:

- a) bongitud de la arista de su base taianquelar, y
- b) Longitud de la arista lateral de la péramide.

La longitud de la base, es ignal a la de la arista de del octaedro Po pa calculada en este ejercicio (Ver form. 7) Lu valor numerico es:

$$|q_8^2| = \frac{\sqrt{2}}{3} |r_{ee}|^8 \approx 0.47 |4| 04| 52| 1... \times 110 = |51.9| mm$$

La longitud de la arista lateral "d", se obtiene considecando que uno de sus extremos es el vértice de una cara
del octaedro "?" y (que por ses conjugado del ?"), es a ou
ver "coincidente con el centro 6 de una cara del ?". (figura 10). Por conigniente el seg-



riadio to de la circumferencia
circumscrita al cuadrado ABCD

de la do lo = 9.

UNE A4-210 × 297



Asi pues. toudreuros. - (Per formula (1) Eel ejercicio G.P. 1400-43)

$$a_4 = \frac{\sqrt{2}}{cc} = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times a_6'$$
 gaiendo  $a_6' = \frac{2}{3} \int_{cc}^{8} (\text{New for-}$ 

$$a_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} a_6^1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a_6^2 = \frac{2}{3} e_e^8 = \frac{\sqrt{2}}{3} e_e^8 = 0.47 \text{ II.} 24 EC 1... 110 = 51.9 mm$$

NOTA. - Observere la ignaldad de la valorer a? = a4 = = \frac{1}{3} \, d\_8 = \, q\_0 \times \tanz\tanz\tan de semejanza (von hoja 5 de este ejercicio) PIEZA Nº 12 DESA DECLLO LATERAL DE LAS PIRAMIDES MINI-LIADES TRIANGULADES, DE CARAS' VACIADAS

### PIEZA Nº 12 DEJABROLLO LATERAL '8 Unidades

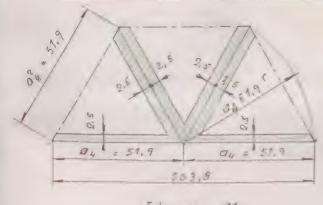


Figura 11

Lu forana y dimenciones is detallan en la figura 11 PIEZA Nº12 B(U) Figura 11

24 unidades

PIEZA NO 12 UNIONES ADISTAS

Figura 12

La forana q dimensiones re detallan en la figuera nº 12

PIEZA Nº 12 24 (%)

Figura 12







E = 11 1 10

MODELO CORPÓREO DEL ICOSAEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE UN DODECAEDRO REGU-

LAR CONVEXO (GENERADOR), SIENDO LOS VERTI-

CES DEL PRIMERO, LOS CENTROS DE LAS CARAS

DEL SEGUNDO. - EL DODECAEDRO GENERADOR, SERÁ

DE CARAS VACIADAS, Y EL ICOSAEDRO GENERADO,

DE CARAS MACIZAS.

Radio de la espera circumscrita al dodecaedro generador:

Tec = 76.1 mm



L'éminas 6 al 10, los valores amalitics de las magnitudes de les poliedres conjugades, en función de les respectivos poliedres generadores, cuyo valores mos vervisain para la construcción de les models correspondientes.

Vara la constancción de este modelo M-9.1, calcularemos pren'amente las rignientes magnitudes, en función del sinico dato del problema (cadio se de la espera circumscrite al dodeca edro generador).

# 1) Arista "a12" del dode cae dro generador

Le deduce de la formula  $T_{ee}^{12} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4}$   $\sigma_{12}$ , obtenida en el ejercicio G. E.  $n^{\circ}$ .— Lámina 4. Despejando en ella " $\sigma_{12}$ ", tendremos.

$$|Q_{12}| = \int_{e_e}^{12} \cdot \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4} = \left(1 \cdot \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4}\right) \cdot \int_{e_e}^{12} = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} |V_{e_e}|^2 = \frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} |V_{e_e}|^2$$

$$= \frac{4 \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{3})}{12} \int_{e_c}^{12} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} \int_{e_c}^{12}$$
 (4)

2) Arista" a' del icosa e dro conjugado

Le deduce de la formule "D' = \frac{5 + 3\int 5}{10} a\_{12} \tag{(ver formula (2) del éjercicio 6. E. no-- Lámina 9). les tutujen do en elle
el valor (1), tendecurs:



$$a'_{20} = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} a_{12} = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} \times \frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{e_e} = \frac{(5+3\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15}-\sqrt{3})}{30} \cdot \sqrt{e_e} = \frac{12}{30}$$

$$= \frac{5\sqrt{15} + 3\sqrt{75} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{15}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 3\sqrt{3}}{30} \int_{$$

$$= \frac{2\sqrt{15} + 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} r_{ee}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 10\sqrt{3}}{30} r_{ee}^{12} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} r_{ee}^{12}$$
 (e)

3) Radio " [:5 de la circunferercia inscrita al pentagono regular convexo de una cara del dodecaedro generador

Le obtiene de la fóronne  $\Gamma_{i-5} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}}$   $\sigma_{i2}$  (ver fóronne (5) del éprcicio 6.P. 1.400-44). Lusti Luyendo en ella el valor (1), ten-dremos:

$$= \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \times \left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{5}}{3}\right)^{2} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \times \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{5})^{2}}{9} = \frac{12}{12}$$

$$= \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \times \frac{15+3-2\sqrt{45}}{9} \int_{e_{e}}^{12} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \times \frac{18-6\sqrt{5}}{9} \int_{e_{e}}^{12} =$$

$$= \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \times \frac{6-2\sqrt{5}}{3} \sqrt{\frac{12}{30}} = \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{10\times3}} \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{15+6\sqrt{5}-5\sqrt{5}-10}{30}} \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30}} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{30$$

$$= \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{30}} \int_{e_{e}}^{12}$$
 (3)

Las formulas (1), (2) g (3), a peicadas al caso particular estudiado, mos dan los siguientes valores cumericos:



$$|q_{12}| = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} |e_{c}|^{2} = 0.713641179... \times 76.1 = 54.3 mm$$

$$a'_{20} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{12}{5}} \approx 0.835549159 \times 76.1 \approx 63.6 \text{ mm}$$
 (2)

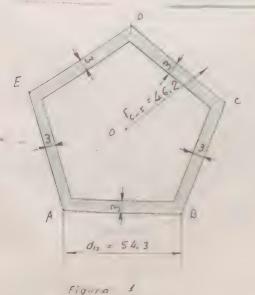
$$|r_{l-s}| = \sqrt{\frac{s + \sqrt{s}}{30}} |r_{ee}|^2 \approx 0,49 |1| 23 |47 |3 - 1 | |37.4 |m m|$$
 (3)

La oragnitud (3) nos permite efectuar la fijación de la vertices del icosaedro conjugado, mediante nu unión material de la mismos a la puntos medios de las avistas del la decaedro generador.

Para la construcción de este modelo, con nerciarias las siquientes piesas:

### A) DODECAEDRO GENERADOR DE CARAS VACIADAS

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 12 unidades



Lu forma y dimensiones ne detallan en la figura s

100 = 0.85 x 54.3 = 45.2 mm AB = BC = CD = DE = EA = 54,3 mm

PIEZA NO 1 12 (11)

Figura 1



PINZA 12 2 UNIONES 4 ITAS. 30 unidades

Lu torma g dimensiones se detallar en la figura 2

PIEZA Nº 2 30 (a)

figura 2

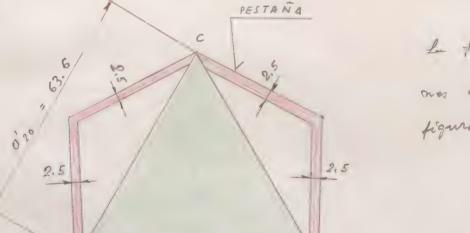
Figura 2

B) I COSADRO CONJUGADO DE CARAS MACIZAS, CON PESTAÑAS DE PIJACIÓN DE SUS VERTICES A LOS PUNTOS MEDIOS DE LAS ARISTAS DEL DODECAEDRO GENERADOR.

PIEZA Nº 3 CARAS SUPERFICIALES TRIANGULARES, CON PES-

TANAS

20 unidades



La forma of demonsionmes as detallan en le tigura 3.

PIEZA Nº 3

20 (u)

Figura 3

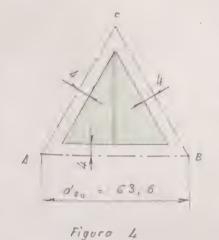
Figura 3

Fi.s : 37.4



## PIEZA Nº 4 REFUERZO NORMAL EN CARAS LATERALES

20 unidades



La forma g dimensiones se deducen di los del triangulo ABC de la figura 3, 3 se detallan en la figura 4.

PIEZA Nº 4 20 (u)
Figurar 4

PIEZA N° 5 UNIONES DE ARISTAS 30 unidades

in forma dimensiones se detallan en la figura 5

PIEZA N° 5 30(u)

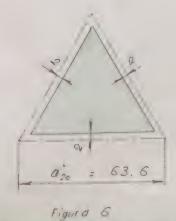
Figura 5

Figura 5

PIEZO Nº 6 PORRO COLOREADO EN CARAS LATERALES

20 unidades

Lu forma o dimensiones re detallan en la figura 6



20 (u)

Figura 6



#### EJECHTAUD

MODELO CORPÓREO DEL ICOSAEDRO REGULAR CONVE
XO, OBTENIDO POR TRUNCADURA DE VÉDTICES DE UN DO
DECADRO REGULAR CONVEXO GENERADOR, DE APISTA

" $a_1$ ",  $a_2$ "  $a_3$ " DEL ICOSAEDRO GENERADO  $a_2$ ", SIENDO LA

ARISTA " $a_2$ " DEL ICOSAEDRO GENERADO " $a_2$ "  $a_3$ "  $a_4$ ".

- EL ICOSAEDRO GENERADO, SE CONSTRUIRA CON LAS

CARAS. MACIZAS, Y EL DODECAEDRO GENERADOR, CON

"Padio" de la esfera circumscrita el dodecaedro



#### ENUNCIADO EQUIVALENTE

E RETURNED

MODELO CORPÓREO DEL 1005AEDRO REGULAR

CONVEXO, CONJUGADO DE UN DODECAGORO REGU-

LAR CONVEXO (GENERADOR) SIENDO LOS VERTICES

DEL PRIMERO, LOS CENTROS DE LAS CARAS DEL

SEGUNDO .- EL DODECAEDRO GENERADOR, SERÁ

DE CADAS VACIADAS, Y FL ICOSAEDOD GENE-

DADO, DE CADAS MACIZAS.

Radio de la esfera circumscrita al dodecaedro generador:

Tec = 110 m m



Onten et modis come is del icoca e dis a nlas converco, conjugado de un dodecaedro regulas converso ( mader), seemdo los virtiles del prime ras, los centros de las caras del regundo. - El dode aedis que ado, será de caras vaciadas, a el icos ae dro generado, de caras (macisas.

DATO UNICO DE ESTE EJERCICIO:

ENUNCIADO:

Tee = Radio de la circumferenzia circumenta al dodecaedro generador:

Tec = 110 m m

Este modelo puede considerarse como una variante del modelo M-9,1, de ignal forma que este, pero de mayor tamaño, pa ser [12 = 1+0 m m .> 76,1 m m.

Eambien hacemos observas que esté models puede ses generado de forma distinta al del emunciado dado, teniendo prerente el estudio realizado en el modelo M-39.7, en el que se estudio la posibilidad de obtenzion de algunos poliedros aiquimedianos, por el proceso de "Erumeadura de vértices" de les cinco Poliedros regulares convercos. En dicho estadie al amalico dela Unite monte la distanto protesdos larqui-



(medianos, regulares o irregulares) que puedou obtenerse, por el mencionado proceso de "tanneadura de vértices del tetraedro regular commerco, en todas las posibles préciones del plano recante. Dido proceso puede ser aplicado a los cuatro poliedros regulares convexos cestantes (escaedro, octaedro, do decaedro e icosaedro), con analogos resultados de los que re obturieron en al tetraedro regular converco. Por consigniente, para el caso particular de este modelo, podemos enuncias directamente la rigniente proposicion:

El icosa edro recular comvesco, puede rer ençudiado por la tournendura de névices de un dodeca edro regular connesco, cuyo plano recamte para por el contro "G" or las Tres caras sentagonales regulares correspondientes a cada uno de sus vértices. Este plans recarete puede nituarse por tres puntos equidistantes de cada vértice; sobre las tres aristas concurrentes en él, a la distancia ">c = 5+15 de, niende que la arista del dodecardo senerador. La longestud "apo" de la arista del icoraedro, generado, rerà "0' = 5+35 0,2. Estas dos viltimas formulas, rerain deducidas porteriosrenente. (Per formulas (5) y (8)).

il icoaedro generado tiene sus virtices en los centros "G" de las caras pentagonales del dodecardo genera dos.

Como consecuencia de la exchuesto anteriormente, po-



UNE A4 210 × 29

demos establecer un muero emenciado al problema planteado en este ejercicio, equivalente de este mismo modelo 4-9.2, bajo el muero en figure de mismo, que es el riquiente:

NUEVO ENUNCIADO: Porstorio el modelo corpóreo del icoraedo o e
recular converso, obtembo por touresca derra de verticar

del do decaedro arcular converso generador, a la distan

cia  $x = \frac{5+\sqrt{5}}{5} d_{12}$ , riendo " $d_{12}$ " la arinta del do
decaedro generador. Los longitud de la arc. Ta " $d_1$ "

del .icosaedro generado, rerá:  $d_2' = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} d_{12}$ 

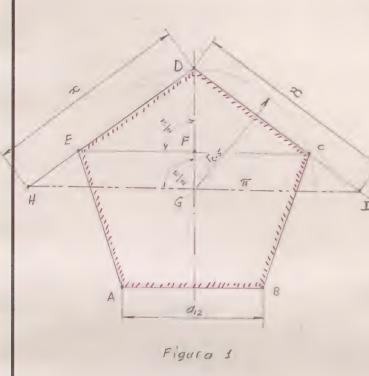
En esta muera construcción, efectuaremos otra forma diferente de la fijación al dodecaedro generarador, del icosaedro engendrado en su interior.

Como el icoraedro generado, ha de construirse con sus caras maciras, y el dodecaedro generador, con sus caras va ciadas, para poder ailuar en su posición correcta este siltimo, construiremos sobre les veinte caras trianquelares del mencionado icoraedro conjugado; otras tantas piramides ausciliares
rectas, regulares, de bare trianquelar, cuyos vertices serviran de aporço a los veinte des dodecaedro generados.

Prenamente efectuaremes les calcules de les Compitudes signientes:



1) Distancia "z" de la truncadura de vértices en el dodecaedro generador de arista "a" (en función de a)



I cemos por G la perpendicular,

a GD, que cortará en H e I

a las prolongaciones de la la
dos ED J DC concurrentes en D.

Unano a continuación la

prévises E J C.

DEC 7 DHI, som is ésceles gremejantes; 2) que la interrección del plano recarete T de la tomoradora de virtues en el dodeca edro generada, que para por G, es la trava HI; y 3) que los regenento DH = DI = x, fijan la proición del plano recarete T.

Garatra parte EC es la diagonal des pentagons de la cara ABCDE g HI es el lado del triangulo equilitero reccionado por la trumcadura de vertices en D.

De las propiedades anteriores, es deduce:

EC = V5 . 1 d12

(1)

(Vor formula (6) del ejorcicio G.P. 1400-44)



$$|\overline{EF}| = \frac{\overline{EC}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5} + 1}{2} d_{12} = \frac{|\sqrt{5} + 1|}{4} d_{12}|$$
 (2)

y siendo el taianquelo EFD rectangulo en F, tenchemos:

$$\overline{DF} = \sqrt{ED^2 - EF^2} = \sqrt{a_{12}^2 - \left(\frac{15 + 1}{4} a_{12}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{16}} a_{12} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{5 + 1 + 2\sqrt{5}}{16}} q_{12} = \sqrt{1 - \frac{6 + 2\sqrt{5}}{16}} q_{12} = \sqrt{\frac{16 - 6 - 2\sqrt{5}}{16}} q_{12} =$$

$$= \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{16}} \ d_{12} = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \ d_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}} \ d_{12}$$
 (3)

combién es, sendo "Tes" el radio de la circumferencia cir-

$$|DG| = \Gamma_{c-s} = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{s}}{10}} q_{12}|$$
 (4)

De la hicamentos actanquela semejantes EFD g HGD, rededuce:

$$\frac{\overline{ED}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{HD}}{\overline{DG}}; \quad \text{de donde} \quad \overline{HD} = \infty = \frac{\overline{ED} \times \overline{DG}}{\overline{DF}}; \quad \text{donde}$$

tituyendo los valores 
$$\overline{ED} = Q_{12}$$
;  $\overline{DG} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} Q_{12}$  (ver  $4\hat{\sigma}_{2}$  -

$$|\overline{HD}| = x = \frac{d_{12} \times \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} d_{12}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}} d_{12}} = \frac{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}} d_{12} = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} d_{12} = \frac{1}{10}$$

$$= \sqrt{\frac{8(s+\sqrt{s})}{10(5-\sqrt{s})}} , q_{12} = \sqrt{\frac{4(5+\sqrt{s})(s+\sqrt{s})}{5*(2s-5)}} q_{12} = \sqrt{\frac{4(5+\sqrt{s})^2}{100}} q_{12} =$$

NE A4 210 × 297

= 
$$\frac{2(5+\sqrt{5})}{10}$$
  $a_{12}$  =  $\frac{5+\sqrt{5}}{5}$   $a_{12}$  le donde re deduce finalmente:

$$\overline{HD} = \left[ \begin{array}{ccc} \infty & = & \frac{5 + \sqrt{5}}{5} & \mathcal{A}_{12} \end{array} \right] \tag{5}$$

Le deduce de la forance la "T12 = \frac{\sqrt{15.} + \sqrt{3}}{4} a\_{12} obtenide an el ejercicio G. E. n°---- Lámina 4. - Deopejando en ella "a12", tendromos:

$$|\sigma_{12}| = |\tau_{ec}|^2 : \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4} = \left(1 : \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{4}\right) |\tau_{ec}|^2 = \frac{4}{\sqrt{15} + \sqrt{3}} |\tau_{ec}|^2 = \frac{4}{\sqrt{$$

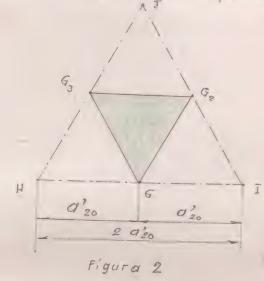
$$= \frac{4(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{15 - 3} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} \int_{e_{e}}^{12}$$
 (6)

# 3) Arista " a'20 del i cosae dro conjugado

Cadura "de virtices del dodecardo generador, cuando el plano recante TI, para por el centro "G" de ma cara ABCDE de dicho dodecardo, corta a esta región la trasa HI, par per dicular a DG, estando situados los puntos H e I en las prolongaciones, de los lados DE DC concurrentes en el virti
ce D de la correspondiente Tour cadura. Igual ocurrirá en



Ani pues la tauncadure de cietices en D, por T producirà en la prolongación de sus ences, una rección triangular HIJ (figura 2), cuyo bodo HI. II, JH son todos ignales,



ys puntos medios G, G, G, G, G, G, dorman a ru ver obtas trianquels equilaters de lado mitad
al primero.

del dodecaedro generador, anys vértices son los centros 6, de sus caras. In pues, elegamos a la conclusión final de que "La arista d'20 del icosaedro regular micleo de la trumcadura de vértices de un dodecaedos regular converso do arista "d'12" y a la distauca "x = 5 + 15 d'12" (ver formula 5), tiene por loncitud la del regmento HG "(ver figuras 2 12)

De acuerdo com sta conclusión, de la remejousa de los tricingulos rectainquelos EFD y HGD, se deduce tombién:

$$\frac{\overline{HG}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{FF}}{\overline{DF}}$$
; of the again:  $\overline{HG} = \frac{\overline{DG} \times \overline{EF}}{\overline{DF}}$ ; of austrituyen do to valores  $\overline{DG} = \sqrt{\frac{5}{10}} + \sqrt{\frac{5}{10}} \, a_{12}$  (wer formule 4);  $\overline{EF} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4} \, a_{12}$  (wer formule 2),



$$\frac{1}{HG} = \frac{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} d_{12} \times \frac{\sqrt{5+1}}{4} d_{12}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}} d_{12}} = \frac{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \times \frac{\sqrt{5+1}}{4}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}}}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}}}} d_{12} = \frac{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}}}{\sqrt$$

$$= \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} : \frac{5 - \sqrt{5}}{8} \times \frac{\sqrt{5} + 1}{4} d_{12} = \sqrt{\frac{8(5 + \sqrt{5})}{10(5 - \sqrt{5})}} \times \frac{\sqrt{5} + 1}{4} d_{12} =$$

$$= \sqrt{\frac{4(s+V_{t})(s+V_{5})}{5*(2s-5)}} \times \frac{\sqrt{5}+1}{4} d_{12} = \sqrt{\frac{4*(s+V_{5})^{2}}{400}} \times \frac{\sqrt{5}+1}{4} d_{12} =$$

$$= \frac{10 + 6 \sqrt{5}}{20} d_{12} = \frac{5 + 3 \sqrt{5}}{10} d_{12} \tag{7}$$

Al comienso de este párrafo, hemos demostrado que el segmento  $\overline{HG}$  es ignal a la arista " $O_{20}$ " del icoraedro conjugado que, en función del radio  $\overline{f}_{ee}^{12}$ , (dato del ejencicio) la obtendienes sustituyendo en ( $\overline{f}$ ) el valor de  $q_{12}$  por  $O_{12} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} \overline{f}_{ee}^{12}$  (vor fóramula 6). Dri pues, será

$$\overline{HG} = \boxed{a'_{20}} = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} \times \frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{3} \int_{e_{e}}^{12} =$$

$$= \frac{(s+3\sqrt{r})(\sqrt{r}r-\sqrt{3})}{30} \int_{e}^{12} = \frac{5\sqrt{r}s}{30} + 3\sqrt{7}s - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{r}s \int_{ec}^{12} = \frac{5\sqrt{r}s}{30} + 3\sqrt{r}s + 3\sqrt{r}s - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{r}s \int_{ec}^{12} = \frac{5\sqrt{r}s}{30} + 3\sqrt{r}s + 3\sqrt{r}s - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{r}s + 3\sqrt{r}s + 3\sqrt{r}s - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{r}s + 3\sqrt{$$



$$= \frac{2\sqrt{15} + 3 \times 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{2\sqrt{15} + 10\sqrt{3}}{30} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} \int_{e_{e}}^{12}$$

de donde as obtiene finalmente:

$$O_{20}^{\prime} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} f_{02}^{\prime 2}$$
 (8)

Nator coincidente con el de la forameta (1) del ejercicio M-9.1, obtanido pa otro proceso diferente.

3) Radio " [ de la circunferencia circunscrita al triángulo equilátero do una cara del icosa e dro conjugado.

Lu valor re obtiene de la formula  $\begin{bmatrix} 5 & -3 & -\frac{13}{3} \end{bmatrix}_3$  de du cida en el ejercicio (2) G.P. 1400-4, haciendo en ella  $l_3 = d'_{20} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} \int_{ec}^{12} (\text{ver for anuela }(8))$ . Ari pues rend:

$$\begin{bmatrix}
\overline{l}_{c-3} \\
 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad l_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} \quad l_{e_c}^{12} = \frac{\sqrt{45} + 5\times3}{45} \quad l_{e_c}^{12} = \frac{3\sqrt{5}^{4} + 15}{45} \quad l_{e_c}^{12} = \frac{5 + \sqrt{5}}{15} \quad l_{e_c}^{12} = \frac{5 + \sqrt{5}}{15} \quad l_{e_c}^{12} = \frac{\sqrt{3}}{15} \quad$$

Le valor re obtiene de la forante "

Le valor re obtiene de la forante de la



rida en el rejercicio f. E. n° --- - Lómino 5, en función de la arista " $d_{20}$ "; haciendo en ella  $\int_{e_i}^{20} = \int_{e_i}^{20} f d_{20} = d_{20}^2 = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \int_{e_c}^{12} \left( \text{non fiermula (2)}, \text{ tendreands:} \right)$ 

$$| \frac{20}{e_1} | = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{12} | \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{12} | \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} | \frac{12}{e_c} | = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{15} | \frac{12}{e_c} | = \frac{3\sqrt{3}}{15} | \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{15} | = \frac{3\sqrt{3}}{15} | \frac{3\sqrt{3}}{15} | = \frac{3\sqrt{3}}{15} | \frac{3\sqrt{3}}{15} | = \frac{3\sqrt{3}}{15} | \frac{3\sqrt{3}}{15} | = \frac{3\sqrt{3}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3} + \sqrt{15})(\sqrt{15} + 5\sqrt{3})}{12 \times 15} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{3\sqrt{45} + 15 + 15 \times 3 + 5\sqrt{45}}{12 \times 15} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{3\sqrt{45} + 15 + 15 \times 3 + 5\sqrt{45}}{12 \times 15}$$

$$= \frac{8\sqrt{45} + 15\times4}{12\times15}\sqrt{e_e} = \frac{2\times\sqrt{45} + 15}{3\times15}\sqrt{e_e} = \frac{6\sqrt{5} + 15}{3\times15}\sqrt{e_e} = \frac{6\sqrt{5} + 15}{3\times15}\sqrt{e_e} = \frac{12}{3\times15}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} + 5}{15} \int_{e_{c}}^{12} = \left| \frac{5 + 2\sqrt{5}}{15} \int_{e_{c}}^{12} \right|$$
 (10)

5) Altura "h<sub>3</sub>" de las pirámides auxiliares rectas, triangulares, regulares.

Le obtience como deferencia del rustes "Fec" de la esfeca circumscrita al dodecacho generada (dato del ejerzicio) del radio "Fei" (foramba 10). Dri pues ará:

$$|h_2| = \int_{ec}^{12} - \int_{ei}^{20'} = \int_{ec}^{12} - \frac{5 + 2\sqrt{5}}{15} \int_{ec}^{12} = \left(1 - \frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}\right) \int_{ec}^{12} = \frac{1}{15}$$

$$= \frac{15 - 5 - 2\sqrt{5}}{15} \int_{ec}^{12} = \frac{10 - 2\sqrt{5}}{15} \int_{ec}^{12}$$
 (11)



6.) Arista "as" de las pirómides auxiliares, rectas, triangulares, regulares.

In valor es el de la hipoternesa de un triangulo cectainque lo enyos eatetos som: Umo, la altura  $h_s = \frac{10-2\sqrt{5}}{15} \int_{0c}^{12} (\text{ner} + \frac{1}{5}) \int_{$ 

$$|u_3| = \sqrt{(h_3)^2 + (r_{c-3})^2} = \sqrt{(\frac{10 - 2\sqrt{5}}{15} r_{ec})^2 + (\frac{5 + \sqrt{5}}{15} r_{ec})^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{(10-2\sqrt{5})^2}{15^2} + \frac{(5+\sqrt{5})^2}{is^2}} \int_{ec}^{12} = \sqrt{\frac{100+20-40\sqrt{5}+25+5+10\sqrt{5}}{15^2}} = \frac{12}{15^2}$$

$$= \sqrt{\frac{150 - 30\sqrt{5}}{15^2}} \Gamma_{e_e}^{12} = \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{15}} \Gamma_{e_e}^{12}$$
 (12)

bes formulas (6), (8) g (12), aplicadas al easo particular estudiado, nos dan los signientes valores mumiries: (Tec = 110 mm)

$$|q_{12}| = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} \int_{ee}^{12} = 0.71 \ 36 \ 44 \ 17 \ 9 - - \times 110 = 78.5 \ mm$$
 (6)

$$Q_{20}' = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} \int_{6.}^{12} = 0.83 55 49 159 - ... \times 100 = 91.9 \text{ mm}$$
(8)

$$\alpha_3 = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{F}}{1r}} \int_{e_0}^{12} = 0.60 \ 70 \ 61 \ 99 \ 8 - - - \times 110 = 66.8 \ mm$$
 (12)

La magnitud (12) nos permite efectuar la fijación de los vertices del icosaedro conjugado, y situarlos en los cen



tros de las caras del dodecaedro generador.

Para la construcción de oste modelo, son necesarias las siquientes piesas:

A) DODECAELED REGULAR CONVEYO, DE CARAS VACIASAS.

PIEZA Nº 1 CARAS SUPERFICIALES 12 unidades

Ignales a la piesa ao 1 del modelo M-4.102

PIEZA Nº 2 LINIONES AQISTAS 12 unidades

Ignales a la piesa nº 2 del cusdelo M. 4.102

3) ICOSA EDRO REGULAR CONVEXO, CONJUGADO, DE CARAS MACIZAS.

PIEZA Nº 3 CADAS SUPERFICIALES

20 unidoldes

La forma dimensiones se dela llan

en le Lieure 1

PIEZA N°3 20 (U)

Figura 1

A 0'20 = 91. 9

Figura 1

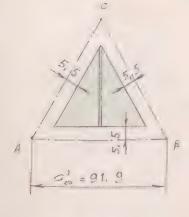


PIEZA Nº 4

DEFUERZO NODMAL INTERIOR DE LAS CARAS SUPER-

FICIA LES

20 unidades



La forma g dimensiones se deducen de las del triangulo regular ABC de la figura 1. ; re ditallar en la tircia s PIEZA Nº 4 20 (u)

Figura 2

Figura 2

PIEZA Nº 5

REFLIERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS CA-40 unidades RAS SUPERFICIALES

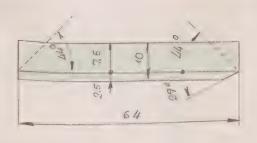


Figura 3

Lu forma of dimensiones re de-Tallan en la figura 3; en volo ca ción en la figura 2

PIEZA Nº 5 40 (u) Figura 3

PIEZA Nº 6 UNIONES ARISTAS

30 unidades

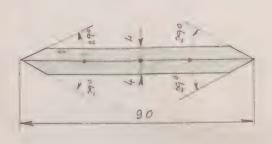


Figura 4

lu forma q dimensiones se detallan en la figura 4

PIEZA Nº 6 30 (u)

Figura 4



PIEZA NO 7 FOR O COLOREADO

20 unidades

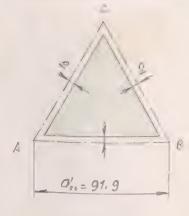


Figura 5

La forma q. dimensiones se deducen de la del triamento ABE de la mon. 1, 2 ce detallan un la figura 5 PIEZA Nº 7 20 (u) Figura 5

C) FIRAMILES EUXILIARES TRIANGUEADES, RECTAS, REGULARES, DE CARAS VACIADAS.

PIEZA Nº 8

DESARROLLO LATERAL 20 unidades

Figure 6

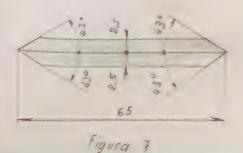
Lu for ma a dimensiones se detallan en la fic. 6 AB = BC = CA = Q'20

> PIEZA Nº 8 20 (u) Figura 7

" PIEZA Nº 9

UNIONES A DISTAS

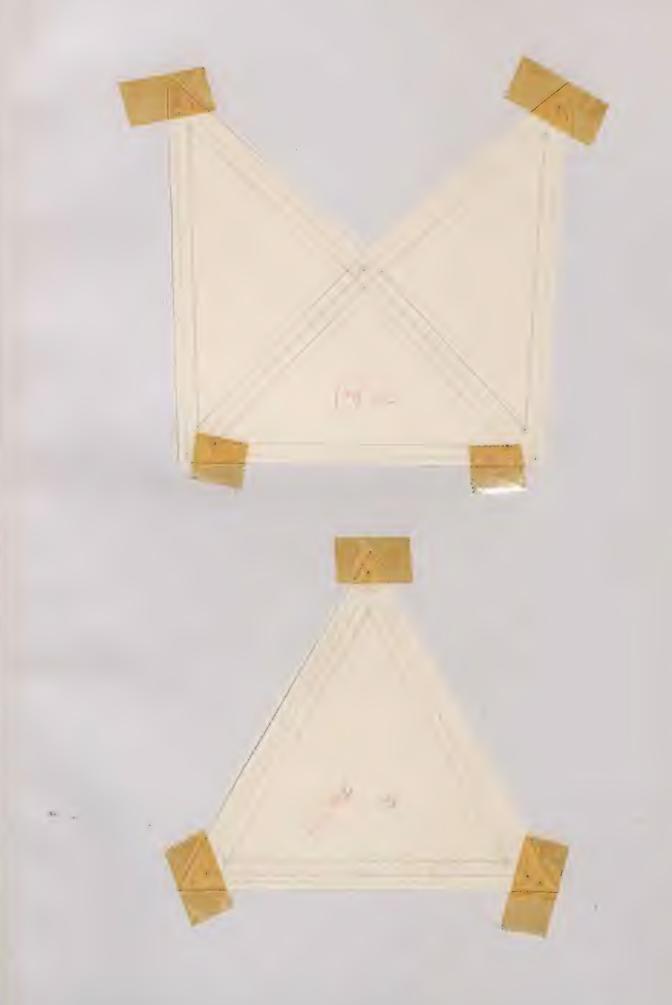
60 unidades



Lu forma g dimensiones re de. tallan en la figura 8.. PIEZA Nº 9 60 (u)

Figura 7







5/57 Tell

MODELO CORPÓRED DE LA "SERIE ALTERNATIVA DE

1001AEDROS Y DODECAEDROS REGULARES CONVEXOS

" P1 P2, P3, P4, P5 .... Pn CONJUGADOS DE

UN DODECAEDRO DEGULAR CONVEXO P12-, EN LOS CUA-

LES LOS VÉRTICES DE LOS ICOSAEDROS ENGENDRADOS

P<sup>1</sup>, P<sup>3</sup>, P<sup>5</sup> ---- P<sup>n</sup> (n = 1, 3, 5 ... impar), Y LOS VÉR-

TICES DE LOS DODECAEDROS ENGENDRADOS P2, P4

P6 , P8 ... P" (n = 2, 4, 6, 8 ... par), son Los CEN-

TROS DE LAS CARAS DEL ANTERIOR.

Radio de la colora circumscrità de dode caedro ?,2 regular convesco generador:

rec = 110 m m



## ana pues "conjugado del dodecaedro generador P."

$$S = P$$
,  $P^{1}$ ,  $P^{2}$ ,  $P^{3}$ ,  $P^{4}$ ,  $P^{5}$ ,  $P^{n}$  (1)

Para valores paros de n "n=2q" (q=1,2,3,4,5...) ce obtiene la Serie parcial "S," formade exclusivamente por dodocaedros, de "q+1" ténominos:

$$S_1 = P_{12}, P_{12}, P_{12}, P_{12} = P_{12}^{2q}$$
 (2)

Para valores impares de n "n = 29 + 1" (q = 1,2,3....) el obtiene a au ver la muera ferie parcial "Sz', forma de escelurivamente pre icosaedros de "9+1" les ances:

$$S_2 = P_{20}^1, P_{20}^3, P_{20}^5, P_{20}^7 - P_{20}^{2q+1}$$
 (3)



Las revies de prisedro (1), (2) g (3) con decreziontes; por lo tanto, cualquier prisedro de ellas es omenos que el anterior e inscrito en este.

## 2) RELACIONES MÉTRICAS

mas formulas ya deducibas en anteriores ejercicios.

2.1 Arista "de del dodocaedro generador P. / Nes foi-

$$\alpha_{12} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} \int_{e_c}^{12} b$$
 (4)

2.2 Arista "a" del icosaedro conjugado Po- (Nen formula (8) del ejercicio M-9.2)

$$a_{20}^{1} = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} e_{c}^{12}$$
 (5)

Al unix los centros de las caras del icosaedro  $P_{20}^1$ , obtememos el dodecaedro  $P_2^2$  (ferie 2).

2.3 Dadio  $\Gamma_{0c}^{20}$  de la esfera escriber al icosaedro conjugado  $P_{0c}^{1}$  y arista  $a_{0c}^{1}$ .



$$\begin{bmatrix} 20 \\ 6c \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{10 + 2 \, \text{fr}}}{4} \quad O_{12} = \frac{\sqrt{10 + 2 \, \text{fr}}}{4} \times \frac{20}{20} = \frac{\sqrt{10 + 2 \, \text{fr}}}{4} \times \frac{\sqrt{15} + 5 \, \sqrt{3}}{15} \quad \frac{12}{6c} = \frac{12}{4} \times \frac{15}{15} = \frac{12}{6c} = \frac{12}{15} = \frac{12}{15}$$

$$= \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \times (\sqrt{15 + 5\sqrt{5}})}{60} = \frac{\sqrt{2 \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + 5\sqrt{3})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5})^2}{60} = \frac{\sqrt{2} \cdot$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (15 + 25 \times 3 + 10 \sqrt{45})}}{60} = \frac{\sqrt{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (90 + 30 \sqrt{5})}}{60} = \frac{12}{60}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times 30 \times (3 + \sqrt{5})}}{60} = \sqrt{\frac{60 \times (5 + \sqrt{5})}{80^2}} = \sqrt{\frac{60 \times (5 + \sqrt{5})}{80^2}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{60 \times (5 + \sqrt{5})}{80^2}} = \sqrt{$$

$$= \sqrt{\frac{17 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{7} + 5}{60}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}} = \sqrt{\frac{12}{60}} = \sqrt{\frac{12}{60}}$$

en la que 
$$Q_{12}^1 = Q_{12}^2$$
 ?  $\{e_c^2 = \sqrt{\frac{5 \cdot 2 \cdot \Gamma_5}{15}} \}_{ec}^{12}$  (ver formule 6).

Lustituyends valores, tendremo:

$$|a|^{2} = a_{12}^{2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10 \cdot 2 \cdot 5}{5}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2(5 \cdot \sqrt{5})}{5}} \times \sqrt{\frac{5 \cdot 2 \sqrt{5}}{15}} = \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{2 \times (5 + \sqrt{5}) \times (5 + 2\sqrt{5})}{5 \times 15}} \int_{e_{e}}^{20} = \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{2 \times (25 + 5\sqrt{5} + 10\sqrt{5} + 10)}{3 \times 5^{2}}} \int_{e_{e}}^{12} =$$



$$= \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{2 \times (35 + 15 \text{ VF})}{3 \times 5^2}} \quad f_{ee}^{12} = \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{2 \times 5 \times (7 + 3 \text{ VF})}{3 \times 5^2}} \quad f_{ee}^{12} =$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2 \times (7 + 3\sqrt{5})}{5}} \int_{ec}^{12}$$

bos do decaedro aegulares  $P_{12}$  7  $P_{12}$  (ferie 2), som se me 
jantes, siendo la rason de semejansa "aie" de sus aris
tas homologas. Lustituyendo los valores de a<sub>12</sub> (4) 2

de a<sup>2</sup><sub>12</sub> (7), tendremo:

$$= \sqrt{\frac{2(7+3\sqrt{r})}{15(\sqrt{15}-\sqrt{3})^2}} = \sqrt{\frac{2(7+3\sqrt{r})}{17(15+3-2\sqrt{4r})}} = \sqrt{\frac{2(7+3\sqrt{r})}{17(18-6\sqrt{r})}} = \sqrt{\frac{2+3\sqrt{r}}{17(9-3\sqrt{r})}} = \sqrt{\frac{2(7+3\sqrt{r})}{17(9-3\sqrt{r})}} = \sqrt{\frac{2(7+3\sqrt{r})}{17($$

$$= \sqrt{\frac{2+3\sqrt{5}}{15\times3(3-\sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{(7+3\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{45\times4}} = \sqrt{\frac{21+9\sqrt{5}+7\sqrt{5}+15}{2^2\times3^2\times5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{36 + 16\sqrt{5}}{2^2 \times 3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}} < 1$$

$$= \sqrt{\frac{36 + 16\sqrt{5}}{2^2 \times 3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}}} < 1$$

$$= \sqrt{\frac{36 + 16\sqrt{5}}{2^2 \times 3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}}} < 1$$

$$= \sqrt{\frac{36 + 16\sqrt{5}}{2^2 \times 3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}}} < 1$$

$$= \sqrt{\frac{36 + 16\sqrt{5}}{2^2 \times 3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}}} < 1$$

$$= \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9 + 4\sqrt{5}}{5}}} < 1$$

Con les magnitudes a) formula (4); b) formula (5) à c) formula (7), podemos construir este modelo M-9,3, que limitamos a la signientes poliedos:

- 1º) Doderardes gemerador Pr de caras vaciadas.
- 201 Teosaedro conjugado P1" del do de caedro "P1", de ca-

INF A4 210 × 29

Collecte Money 1581



Sorálogamente, a lo esepuesto en el ejercicio M-7.3, supongamos a hóra que el dodecaedro " $P_{12}^2$ " es a su vez, genera dor
del icosaecho " $P_{12}^3$ " (ferre (3) y compagado del  $P_{12}^2$ ") g del dodecaedro " $P_{12}^4$ " (ferre (2) g compagado del  $P_{20}^3$ ). El modelo famado pa los poliedros  $P_{12}^2$ ,  $P_{20}^3$  g  $P_{12}^4$  seria se mejante al
que estudia mos (Modelo M-9.3), ann enando de menor
famaño, siendo la varón de se mejanza la de  $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$  (1

d'enta propiedad mos permite calcular faicilmente las dimensiones lineales de los poliedros Pe, P3, P4, bastan-do sues multiplicar por la razon de remejanza =

=  $\frac{1}{3}\sqrt{9+4\sqrt{5}}$  = 0,63 14 75 75 0... < 1 km respectives magnitudes lineales homólogas de la poliedro  $P_{12}$ ,  $P_{12}^{1}$ ,  $P_{12}^{2}$ .

En la determinación de superficies se empleará la eazon  $(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+145}{5}})^3$ , g en la de volumentes, la raeón  $(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+455}{5}})^3$ 

Como consecuencia de la expuesto anteriormente, deducimo, que la macmitude, lineales de los todiodros de la Serie (2) forman una progresión geométrica indefinide,

UNE A4 210 × 297



fas lineales de la serie (3) forman iqualmente otra progresion geométrica indefinida cuyo primer término son
las del icosaedro  $P_{20}^{1}$ , conjugado del dodecaedro generador  $P_{12}^{1}$ y deducidas in de pendiente de las de este, siendo su racón También la de  $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+i\sqrt{15}}{5}} < 1$ .

Les magnitudes superficiales (áreas) à volvemétricas de las Jories (2) g (3), forman avalogamente progresiones geométricas indefinidas de rasones  $\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}\right)^2 < 1$  g ( $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$ )  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$   $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{9+4\sqrt{5}}{5}}$ 

Finalmente hanemus observar que todas las progresiomes geométricas indefinidas descritas anteriormente, la
suma de sus infinitos Términos es finita por sur su
carón menor que la unidad. Dida sucua so obtieme por la fórmula

en la que "a" es el valor numérico de su primer término, j. " v < 1" es la rason geométrica correspondien te.

- 3) CONSTRUCCIÓN DEL MODELO PROPUESTO.
- DE CARAS VACIADAS.

UNE A4 210 x 297



lu arista "a,2" se leduce de la foronnelle (4) de ceté éjercicio:

$$|a_{12}| = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3} |e_{e}| \approx 0.713644179... \times 110 = 78.5 mm$$

PIEZA 11º1 CARAS SUPERFICIALES PENTAGONALES REGULARES

Tyrakes a la piera nº 1 del modelo M - 4,102

PIEZA NO 2 UNIONES ARISTAS

30 unidades

Iquales a la piesa nº 2 del modelo M- 4.102

38) ICOSA EDRO REGULAR CONVEXO P1 CONJUGADO DEL DO-DE CAEDRO P12, DE CARAS VACIADAS

Lu avista "a!" se deduce de la formula (5) de este ejercicio.

$$|a_{20}|^2 = \frac{\sqrt{15} + 5\sqrt{3}}{15} \int_{ee}^{12} = 0.83 55 49 15 9... \times 110 = 97.9 mm$$

PIEZA Nº 3 CARAS SUPERFICIALES TRIANGULARES

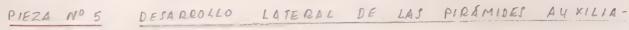
20 unidades

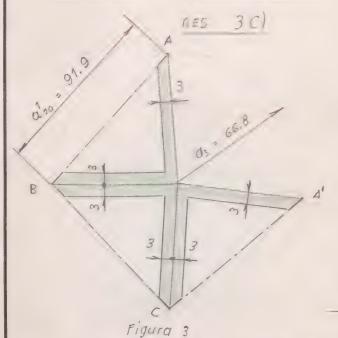
In forma y etimensiones re détallan en la figura 1.

UNE A4.210 × 297

Califare Noviembre 1981







Lu forma j dimensiones ne de-

20 unidades

tallan en la fignera ?

AB = BC = CA' = Q'20

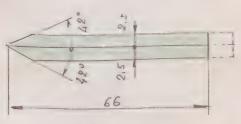
PIEZA Nº5 20 (4)

Figura 3

NOTO .- La figura 3 es igual a la figura 6 del ejercicio M. 9.2.

PIEZA Nº6 UNIONES ARISTAS 60 unidades

Lu foroma q diomensiones se detallan en la figura 4



PIEZA Nº 6 60 (u)

Figura 4

Figura 4

3D) DODECAEDRO "P2" CONJUGARO DEL ICOSAEDRO P20, REGU-LAR CONVEYO, DE CARAS MACIZAS.

La arista "a" a deduce de la foramele (7) de este ejercicio

$$|q|_{12}^2 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2 \times (7 + 3 \sqrt{5})}{15}} |e_c|^2 \approx 0.45 06 48 97 9... \times 100 = 49.6 mm$$

Willeston.

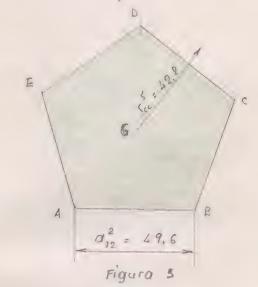
. . . /



## PIEZA NO 7 CARAS SUPERFICIALES PENTAGONALES REGULARES

12 unidades

Le forma g dienseuriones se de ducer en la figure 5.



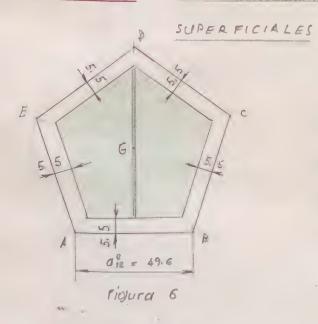
1 = 15+15 = 49,6 = 42,2 mm

PIEZA NO 7

12 (u)

Figura 5

PIEZA Nº 8 REFLIERZO NORMAL INTERIOR DE LAS CARAS



12 unidades

Lu forma g dimensiones se deduen de las del pentagono ABCDE de la figura 5, y se detallan en la figura 6

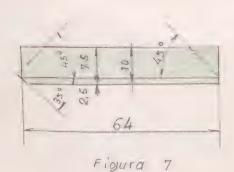
> PIEZA Nº 8 12 (U) Figura 6

PIEZA Nº 9 REFUERZO TRANSVERSAL INTERIOR DE LAS

CARAS SUPERFICIALES 24 unidades

Lu forma o dimensiones se detallan en la figura 7; su colocación en la sigura 6.





PIEZA Nº 9 24(U)

Figura 7

PIEZA Nº 10 UNIONES ARISTAS

30 unidados

In forma q dimensones se detallan en la figura 8



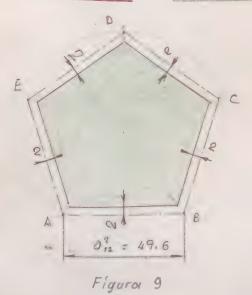
PIEZA Nº 10 30 (4)

Figura 8

Figura 8

PIEZA Nº 11 FORRO COLOREADO

12 unidades



Lu forana g dimensiones se deducen de las del pentagono ABEDE de la figura 5, y se detallan en la figura 9.

PIEZA Nº 11 12 (u) Figura 9.

3E) PIRÁMIDES ACIXILIARES DE CARAS VACIADAS, RECTAS Y PENTAGONALES, PARA FIJACIÓN DE LOS VÉRTICES DEL ICOSAEDRO REGULAR "P" A LAS CARAS DEL DODE-CAEDRO " P2"



Vara obtener el desarrollo lateral de citas piràmides ausciliares, se precisa como cer presiamente las riquientes magnitudes:

3E.1) bongitud "a" de la avista de la bare pentagonal

3E.2 Longitud "05" de la arista lateral

3E.1 La longitud de la base, es ignal a la de la arista "a" de de dodecaedro p2, ya calculade en este ejercicio (ver formule 7). In valor aumirico es:

$$a_{12}^{1} = \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{2 \times (7 + 3 \sqrt{5})}{15}} \int_{ec}^{12} = 0.45 \text{ acc} = 48.97.9... \times 110 = 49.6 \text{ m/m}$$

3E. 2 ba longitud de la arista lateral "Os" de la pirami
de ausciliar pentagonal, se obtiene terriendo en cuenta

que uno de sus esetremos es coincidente con un vis
tice del icosa edro Poo y el otro esetremo está si
ticado en el centro 6º de una cara del mismo,

(por ser Po conjugado del Poo). En la figura 10

c representa una cara ABC del icosal-

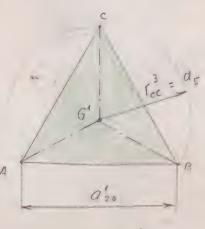


Figura 10

ce representa una cara ABC del icosal de regular  $f_{20}^{j}$  g en baricentro G', en la que el regomento CG' es el burea-do " $G_{5}^{2} = \sqrt{ce}$ .

Por consequente, tendremos:

 $a_s^2 = \frac{\Gamma_3^3}{cc} = \frac{\sqrt{3}}{3} l_3$  ( ver firmule

(2) del ejercicio G. P. 1400-42), g también:



$$|a_{s}^{2}| = \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{$$

$$= \frac{\sqrt{4}s + 5 \times 3}{4s} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{3\sqrt{5} + 15}{4s} \int_{e_{e}}^{12} = \frac{5 + \sqrt{5}}{15} \int_{e_{e}}^{12}$$

In valor ommérico en:

$$a_5^2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{15} \times 110 \stackrel{?}{=} 0.48 \ 24 \ 04 \ 53 \ 2 \dots \times 110 \stackrel{?}{=} 53.1 \ mm$$

PIEZA Nº 12 DESAQUOLLO LATERAL DE LAS PIRÉMIDES AUXI-LIARES PENTAGONALES RECTAS Y REGULARES, DE CARAS VACIADAS, PARA FIJACIÓN DE LOS VERTICES DEL ICOSAEDRO "P1" A LAS CA-RAJ DEL DODECAEDRO "P3".

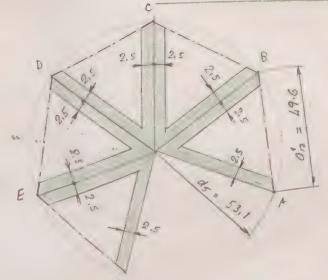


Figura 11

Lu for ona o dimensio mes se de tallan en la figura 11

12 unidades

PIEZA Nº 12

12 (4)

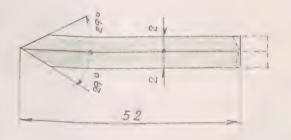
Figura 11



PIEZA Nº 13 WANDWEL AURTAS

60 (unidade:

Lu forma g de neuer nog se de tallan en la figura 12



FIEZA Nº 13 60 (11)

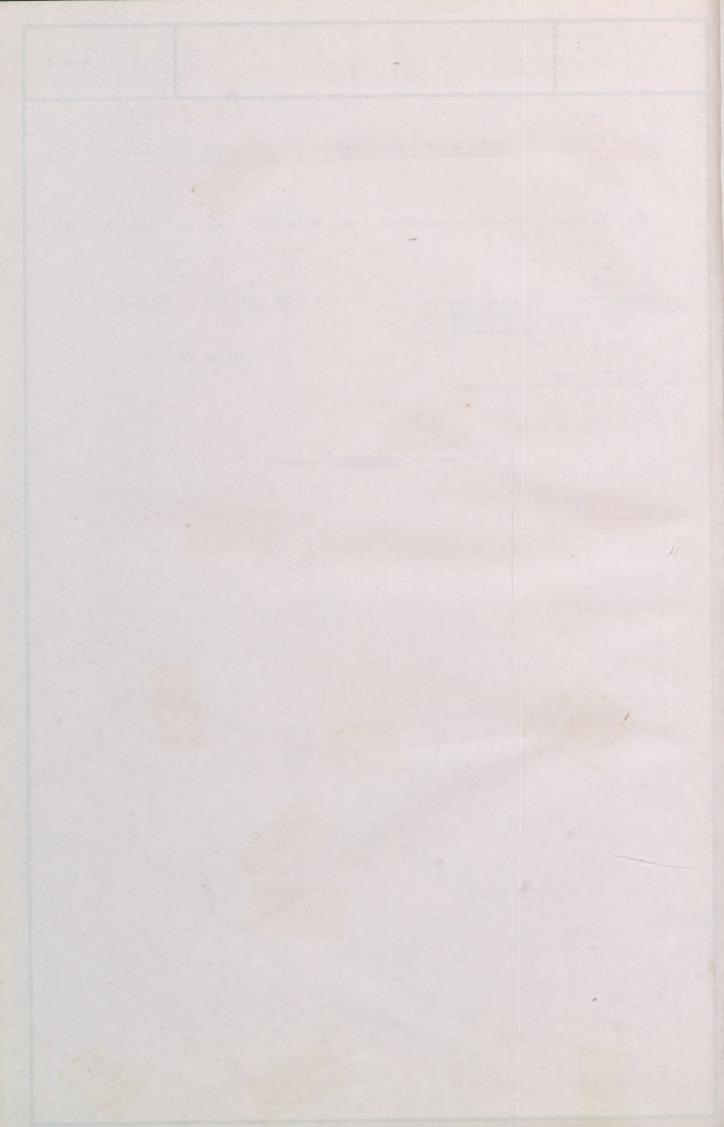
Figura 12

Figura 12

UNE A4 210 × 297

( allie -

100 mbe 1981





color**checker** classic